

N° 23 Mai 2011

www.commission-cadrans-solaires.fr

Nos dossiers

Les astrolabes

L'analemme de Ptolémée

- Heures antiques (suite)
- Cadrans sans style, à heures sidérales, à tracé équicurvilignes
- Volvelles cadrans lunaires
- Cadran à chapeau et tronc Conique
- Les cadrans de Rochefort-en-Savoie
- Un cadranier inconnu dans le Queyras au XIX°
- Canoniaux et religions
- Gnomonique agronomique
- Dom Jean-Joseph Hermann
- Des informations:
 - Dernières réalisations
 - Cadran-boussole
 - Revues étrangères
 - "Pros Pan Klima"
 - Sites web





Sommaire du N° 23

Les astrolabes		Alix Brigitte	4
Cadran cylindrique sans style		Baillet Gérard	19
Caractères des lignes horaires antiques		Collin Dominique	23
Cadrans de Rochefort-En-Savoie		Gagnaire Paul	52
Volvelles lunaires des cadrans portables		Oudenot Gérard	66
Cadran à heures sidérales		Pakhomoff Jean	71
Cadran à tracé équi-curvilignes		Reyman Francis	78
A travers le cadran canonial		Schneider Denis	80
L'analemme de Ptolémée		Savoie Denis	88
Gnomonique agronomique		Savoie Denis	100
Quand le chartreux ne priait pas ...		Theubet Joseph & Ugon Michel	104
Le cadranier inconnu du Queyras		Ugon Michel	114
Cadran à chapeau à tronc conique		Alexandre Vial	124
Informations diverses Dernières réalisations Cadran boussole-solaire Cadran Pros Pan Klima Orientation d'une serre Le soleil se joue de Elm Cryptogramme de Jumièges Cadrans solaires de Fournes Gnomonique du Monde, Des sites WEB...	 	Contributeurs à cette rubrique: J-M.Ansel, D.Benoit, M.Brialix, Cl.Cistac, F.Cordaneau, P-J.Dallet, A.Gadeceau, P. Gagnaire, Cl.Guicheteau, V.Moruzzi, P.Novella, J.Pakhomoff, P.Perroud, B.Pradel, Ph.Sauvageot, D.Savoie, E.Six, J.Theubet, M- L.Tuscano, Sociétés étrangères.	128

Version CDrom :

Indique que l'étude détaillée ou le logiciel est inclus dans le dossier "annexe"
 Sous Word: cliquer sur le titre de l'article pour ouvrir celui-ci (lien hypertexte)

Couverture de "Cadran Info" : Astrolabes réalisés par Brigitte Alix,
 photos de B. Alix

CADRAN-INFO

est un moyen de diffusion d'articles gnomoniques rédigés principalement par les membres de la "commission des cadrans solaires" de la SAF.

Il vient en complément des publications de la **Société Astronomique de France**: "L'Astronomie" avec son article mensuel concernant les cadrans solaires et "Observations & travaux" qui présentent épisodiquement des sujets concernant la gnomonique.

CADRAN-INFO regroupe la majorité des présentations faites lors de nos 2 réunions annuelles ainsi que des articles reçus en cours d'année.

CADRAN-INFO est devenu au cours des années UNE référence d'études, de techniques, de méthodes pour certaines totalement inédites.

CADRAN-INFO paraît en Mai et en Octobre sous forme: papier (N&B ou en couleurs) et CD (les N°1 à 5 sont des scannes des tirages papier).

A partir du N°11, la version CD comprend des annexes (logiciels, documents...)

La liste des articles parus depuis le premier numéro est disponible sur demande.

Dans un souci d'échanges de connaissances et d'informations, **CADRAN-INFO** est offert aux autres associations gnomoniques (Allemagne, Angleterre, Autriche, Belgique, Canada, Espagne, Hollande, Italie, Japon, USA, Suisse).

Ph. Sauvageot

Président de la Commission des cadrans Solaires

Remarques:

- ◆ Les articles sont présentés par ordre alphabétique des auteurs (ou en fonction de la composition du bulletin). Le contenu est sous la responsabilité de l'auteur.
- ◆ Les articles¹ sont à envoyer à Ph. Sauvageot par mail ou sur CDrom/DVD PC (Word, Excel, **PAS DE PDF**) éventuellement sur papier. Certains sujets pourront être repris dans "L'Astronomie" ou "Observations & Travaux".
- ◆ Les personnes qui souhaiteraient que leurs articles soient réservés exclusivement aux revues "L'Astronomie" ou "Observations & Travaux" devront le préciser dans leur envoi.
- ◆ Les auteurs doivent obligatoirement indiquer leurs sources et/ou références si le sujet a déjà fait l'objet d'articles ou de communications récents.
- ◆ Toute reproduction totale ou partielle des présents articles ne peut se faire qu'avec l'accord des auteurs.
- ◆ Les articles, documents, photos... ne sont pas retournés aux auteurs après publication.

Pour tout renseignement:

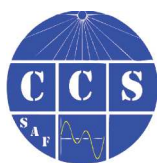
Ph. SAUVAGEOT 7, rue de Gloriette 91640 Vaugrigneuse:

sauvageotph@wanadoo.fr

Ou au secrétariat de la SAF, 3 rue Beethoven 75016 PARIS

Aucun caractère publicitaire dans nos articles ou informations

¹ Police: Times New Roman, taille: 12, marges: 2,5



Les Astrolabes

Par Brigitte Alix

En grec, astrolabe signifie « preneur d'astres ». La mesure de la hauteur des astres (étoiles ou soleil) au dessus de l'horizon, va permettre de se situer dans le temps, lire l'heure solaire, et de s'orienter de jour comme de nuit. Instrument d'observation et de calcul, il se décline en différentes catégories : l'astrolabe sphérique encore appelé sphère armillaire; l'astrolabe planisphérique, le plus classique, issu de l'astrolabe sphérique; l'astrolabe quadrant, réduction à un quart de cercle de l'astrolabe planisphérique; l'astrolabe nautique; l'astrolabe universel.

Le principe de ces instruments est de modéliser les mouvements du ciel.

La sphère armillaire, objet en 3 dimensions, est une représentation de la sphère céleste, la terre étant au centre du système. Les astrolabes planisphériques, quadrants, universels, représentent également la sphère céleste, mais sont des objets en 2 dimensions, obtenus par différents procédés de projection (stéréographique, orthographique), le plan de projection pouvant être celui de l'équateur ou du colure des solstices. L'astrolabe nautique quant à lui, est un « simple » cercle gradué en 180° (voire 360°).

Quand on parle d'astrolabe, on fait souvent référence à l'astrolabe planisphérique, instrument utilisé au Moyen-âge dans le monde islamique et l'Occident chrétien autant à des fins astronomiques, pédagogiques, astrologiques que religieuses.

L'astrolabe planisphérique.

Vue d'ensemble :



Face avant

Astrolabe du 15^{ème} s.
(Attribué à Jean Fusoris)
Collection Musée d'Oxford
N° inventaire 39540

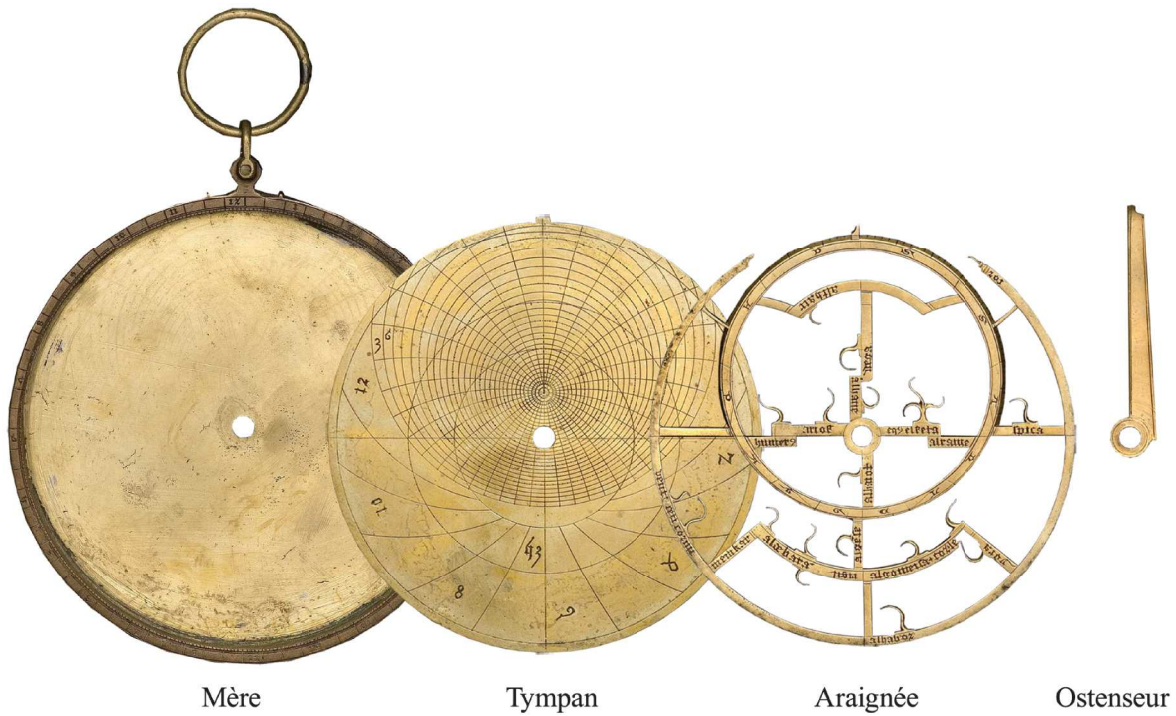


Face arrière

Eléments constitutifs de l'instrument :

Face avant :

La mère, disque de métal, en général du laiton, est concave et reçoit les tympan, sur lesquels on superpose l'araignée, le tout étant complété par une règle appelée ostenseur.



Face arrière :

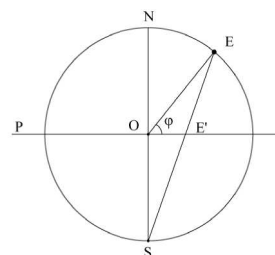
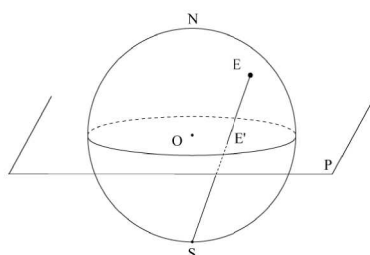
Le dos de l'astrolabe est pourvu d'une alidade. L'instrument est assemblé grâce à un axe central ou essieu.



La projection stéréographique

Dans le cas de l'astrolabe planisphérique, la représentation de la sphère céleste objet en 3 dimensions, dans un plan objet en 2 dimensions, se fait par l'intermédiaire de la projection stéréographique, dans le plan de l'équateur.

La projection des objets de la sphère dans le plan de l'équateur se fera en regardant par le point S, pour un astrolabe utilisable dans l'hémisphère nord. L'objet E situé sur la sphère a son image dans le plan P au point E'.



Vu en coupe.
La distance OE' sur P se traduit par :
 $OE' = R \tan (45^\circ - \frac{\phi}{2})$

En résumé, la projection stéréographique d'un

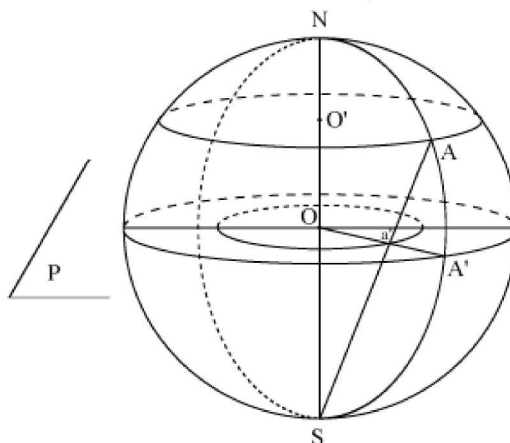
point E de la sphère est le point E', intersection de SE avec le plan de projection P.

Cette projection est appelée de « pôle sud », toutes les droites de projection partent du pôle sud, S.

Propriétés de la projection stéréographique

- 1) Le centre O est la projection du point N, diamétralement opposé à S.
- 2) Un arc de grand cercle SA dont le plan passe par S et par N génère dans le plan la droite OA'
- 3) Un cercle de centre O' et de rayon O'A, cercle dont le plan est parallèle au plan de projection, génère dans le plan de projection un cercle de centre O et de rayon Oa'.

Remarque : le cercle de centre O' se trouve au-dessus du plan de projection, le rayon de sa projection Oa' est donc inférieur à celui du cercle de base de centre O. Pour un cercle se trouvant au-dessous du plan de projection, le rayon de la projection est supérieur à celui du cercle de base.



- 4) La projection stéréographique conserve les angles : 2 courbes formant un angle sur la sphère ont des images formant le même angle dans le plan ; elle est encore dite « conforme ».
- 5) La projection stéréographique conserve les angles : 2 courbes formant un angle sur la sphère ont des images formant le même angle dans le plan ; elle est encore dite « conforme ».
- 6) La projection stéréographique conserve les angles : 2 courbes formant un angle sur la sphère ont des images formant le même angle dans le plan ; elle est encore dite « conforme ».
- 7) Plus un astre est proche du pôle sud, plus sa représentation dans le plan s'éloigne du centre de ce dernier. Si la projection stéréographique conserve les angles, par contre elle ne conserve pas les distances et c'est la raison pour laquelle, la représentation de la sphère est limitée au tropique du Capricorne.

Que représentent les tracés des différentes faces de l'astrolabe ?

Considérons tout d'abord la face avant, face pour laquelle la projection stéréographique est utilisée. Comme vu précédemment, la face avant est constituée de 4 éléments : la mère, le tympan, l'araignée et l'ostenseur.

Le tympan, inséré dans la mère est une pièce fixe, et correspond aux tracés de la sphère locale (tropiques, équateur, horizon, cercles de hauteur et cercles d'azimut, zénith).

a) Représentation stéréographique des tropiques du Cancer et du Capricorne, de l'équateur, le centre de l'astrolabe est la projection du pôle nord céleste P .

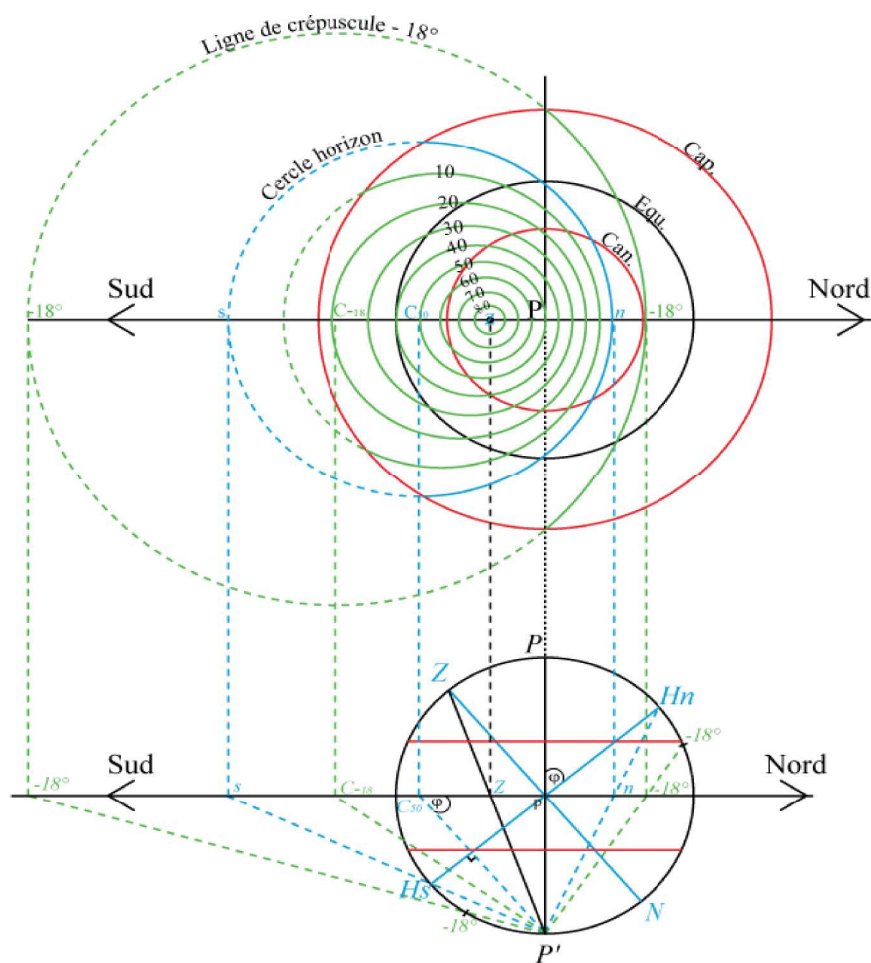
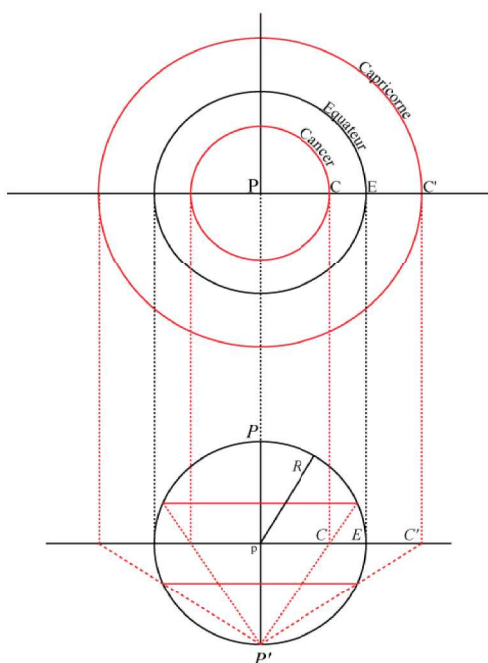
Soit une sphère de rayon R , le calcul du rayon de chacun des 3 cercles à tracer dans le plan s'obtient par :

$$PC = R \operatorname{Tg} \left(45^\circ - \frac{23^\circ 26'}{2} \right)$$

$$PE = R; \quad PC' = R \operatorname{Tg} \left(45^\circ + \frac{23^\circ 26'}{2} \right)$$

b) Représentation stéréographique de l'horizon (à la latitude de 50° N), du méridien, du zénith Z , des almicantarats (cercles d'égaies hauteurs parallèles à l'horizon).

Formules traduisant la projection des almicantarats (tracés ici tous les 10°), y compris ligne d'horizon et ligne de crépuscule (18° sous la ligne d'horizon) :



Extrémités des diamètres (avec h° la hauteur de l'almicantarat au dessus de l'horizon, et φ la latitude) :

Nord :

$$P_n = R \operatorname{Tg} \frac{h^\circ - \varphi}{2}$$

$P_n < 0$ pour $h^\circ < \varphi$
 et $P_n > 0$ pour $h^\circ > \varphi$

Sud :

$$P_s = R \operatorname{Cotg} \frac{h^\circ + \varphi}{2}$$

La distance du centre au pôle P étant :

$$C_{h^\circ} = R \frac{\operatorname{Cos} \varphi}{\operatorname{Sin} \varphi + \operatorname{Sin} h^\circ}$$

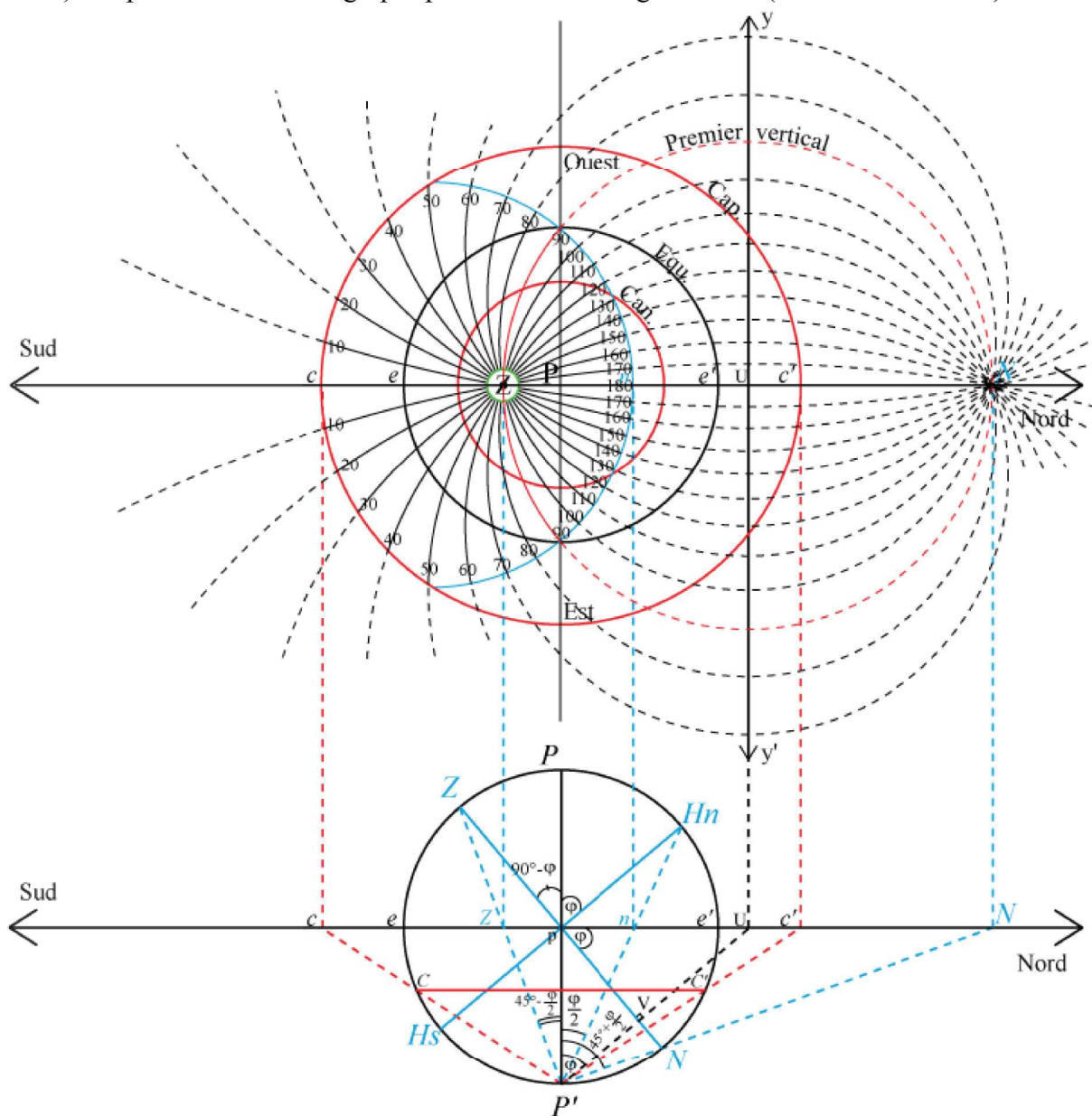
On remarquera :

° $P_n = 50^\circ$, la ligne d'horizon au méridien Nord est distante de 50° de P

° L'Equateur passe à une hauteur de 40° au

dessus de l'horizon au méridien Sud.

c) Représentation stéréographique des cercles d'égal azimut (à la latitude de 50°)



Les azimuts sont comptés à partir du Sud : dans le sens horaire pour les azimuts occidentaux et dans le sens direct pour les azimuts orientaux. La direction ZSud a pour azimut 0°, la direction ZNord a pour azimut 180°.

Soit le grand cercle passant par ZN, perpendiculaire au méridien, d'azimut 90°, encore appelé 1^{er} vertical. La projection de ce premier vertical s'obtient en menant par P' la perpendiculaire P'V à ZN. Le point U, intersection de la perpendiculaire P'V et de l'axe Sud/Nord, est le centre du premier vertical : $pU = R \operatorname{Tg} \varphi$

Détermination du rayon de l'azimut 90° :

$$ZU = pZ + pU \quad \text{avec} \quad pZ = R \operatorname{Tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad \text{Ou encore :} \quad ZU = R / \operatorname{Cos} \varphi$$

Dans le plan, tous les cercles d'azimuts passent par le zénith Z et le nadir N. Leurs centres se trouvent sur la médiatrice de NZ, yy' , perpendiculaire au méridien Sud/Nord au point U.

Centres des azimuts sur yy' : $C_{AZn} = ZU \operatorname{Tg}(Az^\circ - 90^\circ)$ avec $C_{AZn} > 0$ pour les azimuts occidentaux et $C_{AZn} < 0$ pour les azimuts orientaux.

Rayon des cercles d'azimuts : $R / (\operatorname{Cos} \varphi \times \operatorname{Sin} (Az^\circ))$

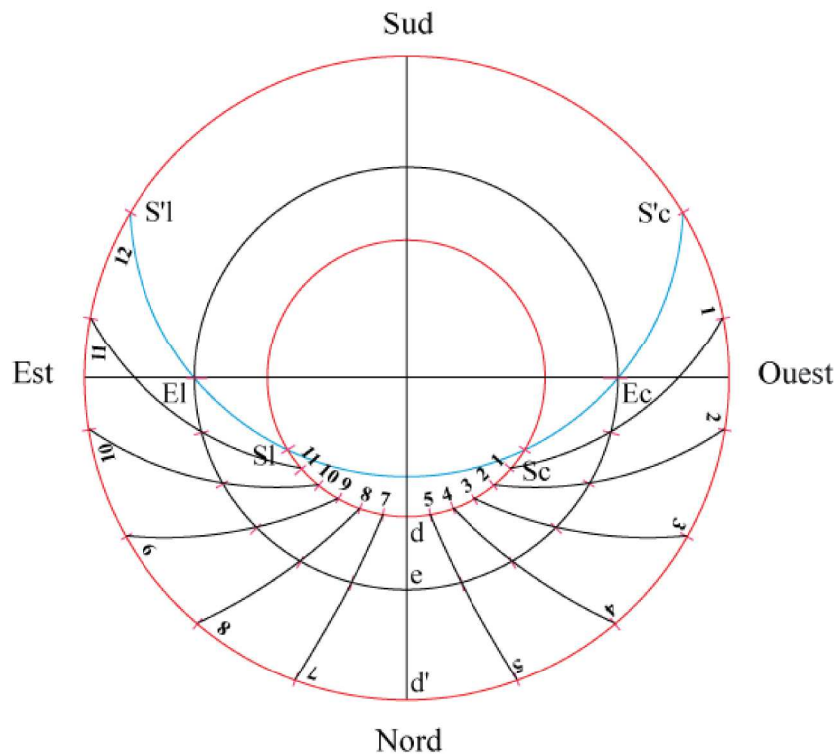
d) Tracé des heures inégales:

Il reste un tracé que l'on réalise dans la partie basse du tympan, c'est-à-dire sous la ligne d'horizon : les lignes d'heures inégales ou temporaires.

On distingue les heures inégales de jour et les heures inégales de nuit. Les heures inégales de jour s'obtiennent en divisant par douze l'intervalle de temps qui s'écoule du lever au coucher du soleil. Les heures inégales de nuit correspondent à l'intervalle de temps, du coucher au lever du soleil, divisé par 12. La valeur de l'heure inégale de jour comme de nuit est donc différente chaque jour, sauf aux équinoxes, avec une inégalité maximale aux solstices.

En l'occurrence, le tracé des heures inégales sur le tympan, sous la ligne d'horizon, correspond aux heures inégales de nuit. Il est possible d'utiliser ce tracé pour les heures inégales de jour, mais il faudra alors utiliser le point antisolaire, donc opposé au point solaire sur l'écliptique.

Considérons les heures inégales de nuit : l'amplitude coucher lever du soleil étant divisée en 12 parties, lorsque le soleil se couche il est 0 heure inégale. A la sixième heure inégale, le soleil franchi le méridien nord, méridien inférieur. Au lever du soleil il est douze heures inégales.



Au solstice d'été le soleil se couche en S_c , passe au méridien inférieur en d et se lève en S_l . La valeur de l'arc $S_c S_l$, s'obtient par calcul :

$$S_c S_l = 2 \operatorname{Acos} (-\operatorname{Tg} \varphi \operatorname{Tg} -23^\circ 26'). \text{ A la latitude de } 50^\circ S_c S_l = 117^\circ 46'$$

On divise l'arc ScSl en 12 pour obtenir la première série de points qui va permettre de tracer les lignes d'heures inégales.

De même aux équinoxes : le soleil se couche en Ec et se lève en El.

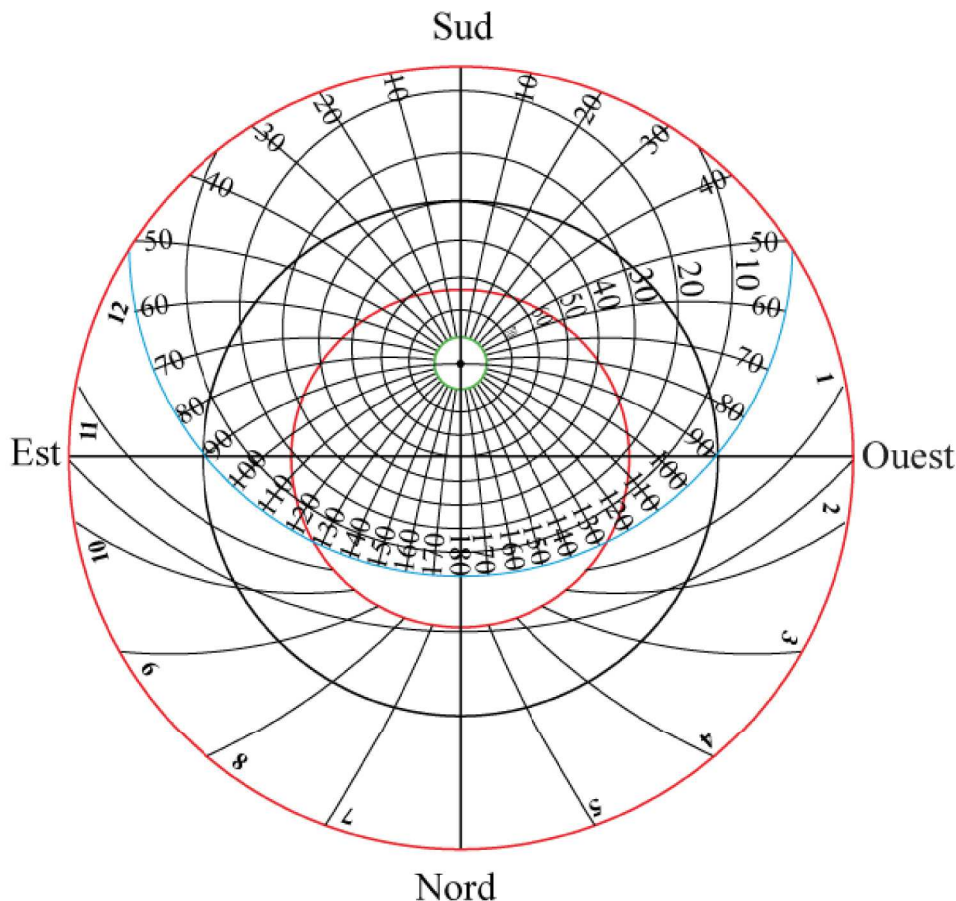
L'arc EceEl vaut 180° , et on divise également cet arc en 12 pour obtenir la deuxième série de points.

Au solstice d'hiver le soleil se couche en S'c, passe au méridien inférieur en d' et se lève en S'l.

La valeur de l'arc S'cS'l, s'obtient par calcul : $S'cS'l = 2 \text{ Arccos}(-\text{Tg } \varphi \text{ Tg } 23^\circ 26')$. A la latitude de 50° $S'cS'l = 242^\circ 13'$.

On divise l'arc S'cS'l en 12 pour obtenir la troisième série de points qui va permettre de tracer les lignes d'heures inégales en reliant les 3 points 1, les 3 points 2,.... (Calculs par rapport au centre du soleil, hors réfraction)

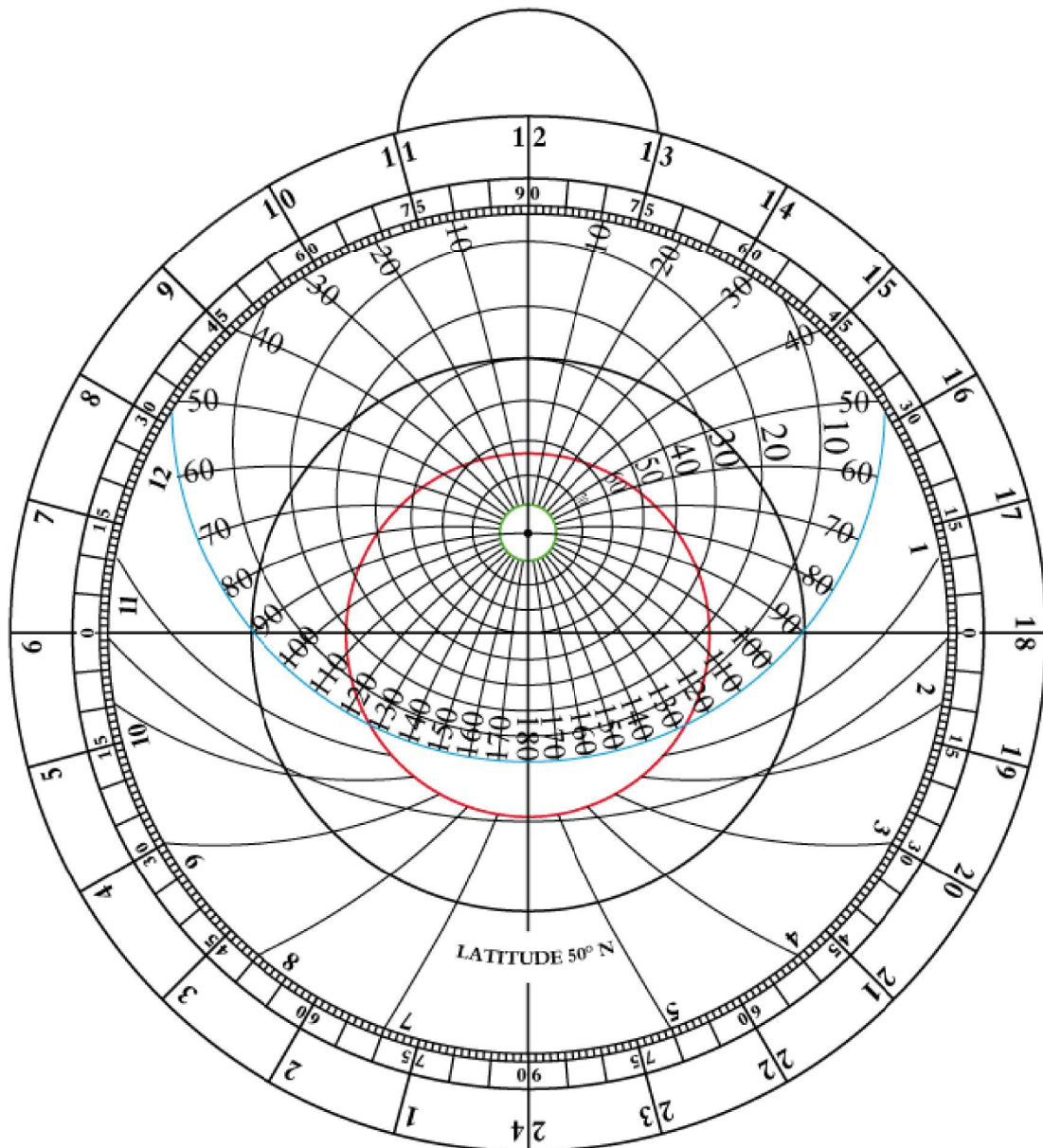
Vue de l'ensemble des tracés du tympan :



Le tympan est inséré dans la mère. Cette partie de l'astrolabe également appelée matrice, est donc concave pour recevoir les tympan. Le pourtour de la mère, appelé limbe, gradué en 360° ou 24h, est la représentation stéréographique des méridiens. Pour mémoire, tout grand cercle de la sphère passant par les pôles, génère dans le plan une droite.

NB : il n'a été question ici que des tracés de base. Il existe des instruments dont les tympan ont des tracés spécifiques tels que les lignes des prières musulmanes, la direction de la Qibla, les lignes de crépuscules 6° et 12° , les maisons astrologiques...

Page suivante, vue générale de la face avant.



Sur la face avant vient se poser l'araignée. C'est une pièce mobile, en rotation sur le tympan, et représente le tracé stéréographique de la sphère céleste (écliptique et étoiles).

Le cercle écliptique est tangent au tropique du cancer au solstice d'été et tangent au tropique du capricorne au solstice d'hiver, les points γ et γ' étant l'intersection de l'écliptique et de l'équateur, position du soleil respectivement à l'équinoxe de printemps et à l'équinoxe d'automne.

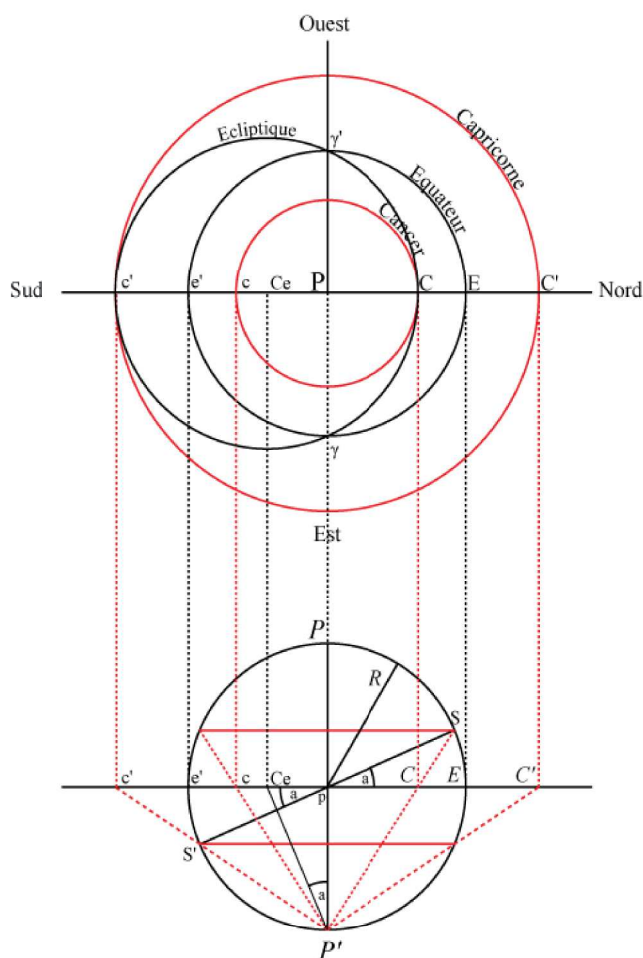
Le diamètre de l'écliptique correspond à la somme du rayon du tropique du cancer, PC, et du rayon du tropique du capricorne Pc'.

La valeur du diamètre de l'écliptique Cc' dans le plan se calcule par :

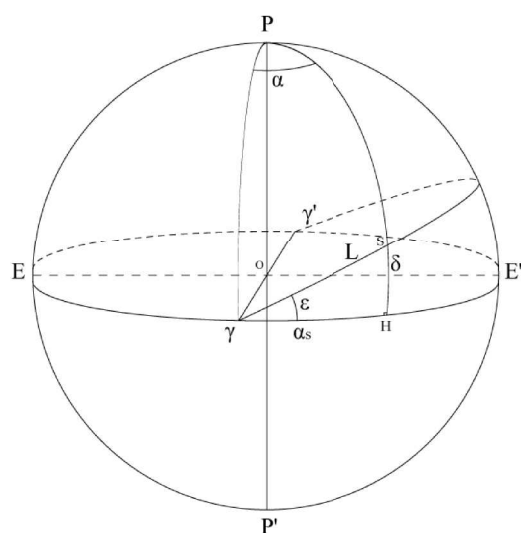
$$Cc' = R \left(\frac{\text{Tg}(45^\circ - 23^\circ 26')}{2} + \frac{\text{Tg}(45^\circ + 23^\circ 26')}{2} \right)$$

Le centre de l'écliptique Ce correspond à :

$$Ce = R \text{Tg } 23^\circ 26'$$



Graduation de l'écliptique



La position du soleil S sur l'écliptique est définie par sa longitude écliptique L, $L = \gamma S$.

Le cercle horaire PS intercepte orthogonalement l'équateur en H.

Dans le triangle sphérique γHS , γH mesure l'ascension droite α_s .

L'ascension droite se calcule selon la formule : $Tg \alpha = Tg L \text{ Cos } \varepsilon$; avec $\varepsilon = 23^\circ 26'$

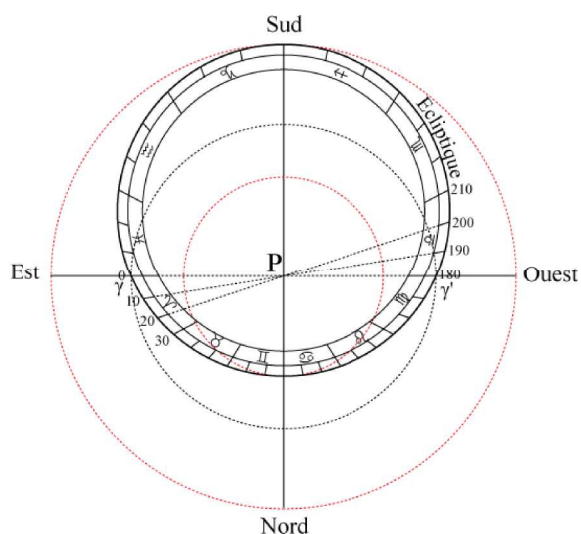
Calcul des angles α pour des valeurs de 10 en 10° de L :

L	10	20	30	40	50	60	70	80	90
α	9,19	18,47	27,91	37,59	47,56	57,82	68,36	79,12	90,00
L	100	110	120	130	140	150	160	170	180
α	100,88	111,64	122,18	132,44	142,41	152,09	161,53	170,81	180,00

Une araignée est généralement graduée tous les 5°. Sur des instruments de grande taille, elle pourra être graduée tous les 2°.

Les graduations α seront reportées sur l'araignée en traçant les droites passant par P, se prolongeant de part et d'autre de P jusque sur le bord de l'écliptique.

Le point de départ des graduations est le point vernal, et le report se fait dans le sens direct.



Projection des étoiles

On reporte sur l'araignée les étoiles les plus brillantes, étoiles se situant bien entendu entre 23° 26' et 90° de déclinaison.

La méthode la plus simple pour construire la projection des étoiles, consiste à utiliser leurs coordonnées équatoriales et à calculer la position des astres à représenter.

Prenons pour exemple 3 étoiles à reporter (coordonnées J2000):

E₁ - α CMa – Sirius – Ascension Droite α : 6h 45m 08s – Déclinaison δ : -16° 42' 58''

E₂ - α Boo – Arcturus – Ascension Droite α : 14h 15m 39s – Déclinaison δ : +19° 10' 57''

E₃ - α Lyr – Véga – Ascension Droite α : 18h 36m 56s – Déclinaison δ : +38° 47' 36''

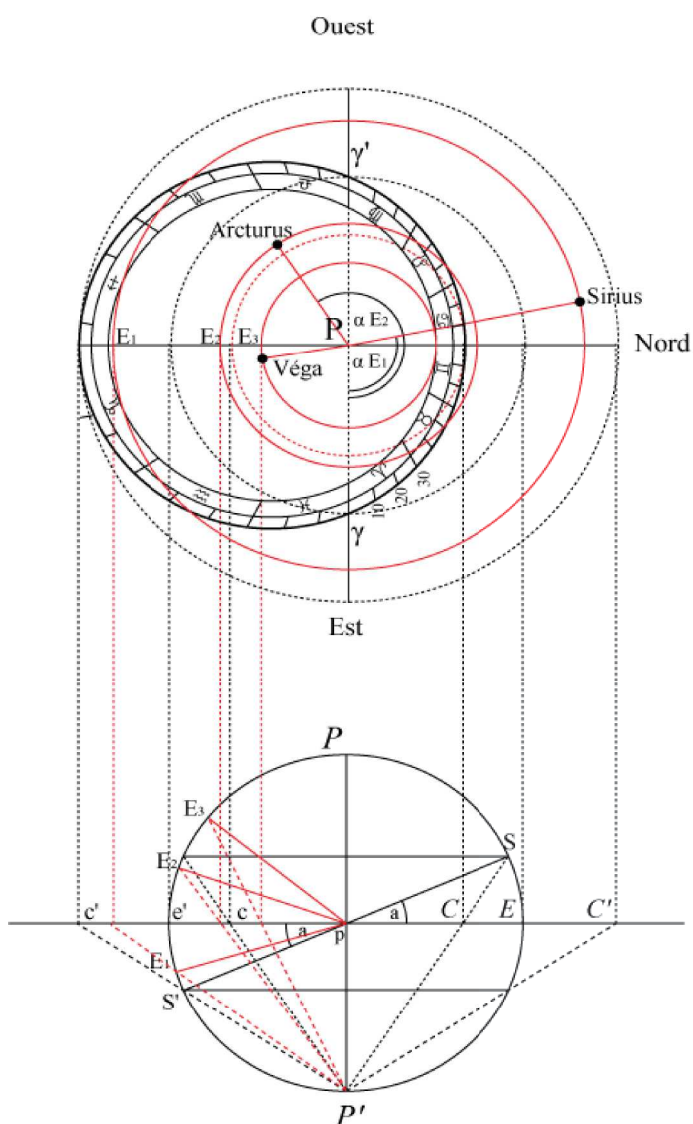
Les coordonnées Ascension Droite sont converties en degrés, et ensuite reportées à partir de 0H, point vernal et dans le sens direct.

Les coordonnées Déclinaison vont permettre de calculer la distance au pôle de l'étoile.

Avec R, rayon de base, 3 cm :

$$E_1 - \alpha \text{ CMa} : A.D = 101,28^\circ$$

$$\text{Distance au pôle} : R \operatorname{Tg}(45^\circ - \delta_{E_1}) = 4.03 \text{ cm}$$



$E_2 - \alpha \text{ Boo} : A.D = 213,91^\circ$

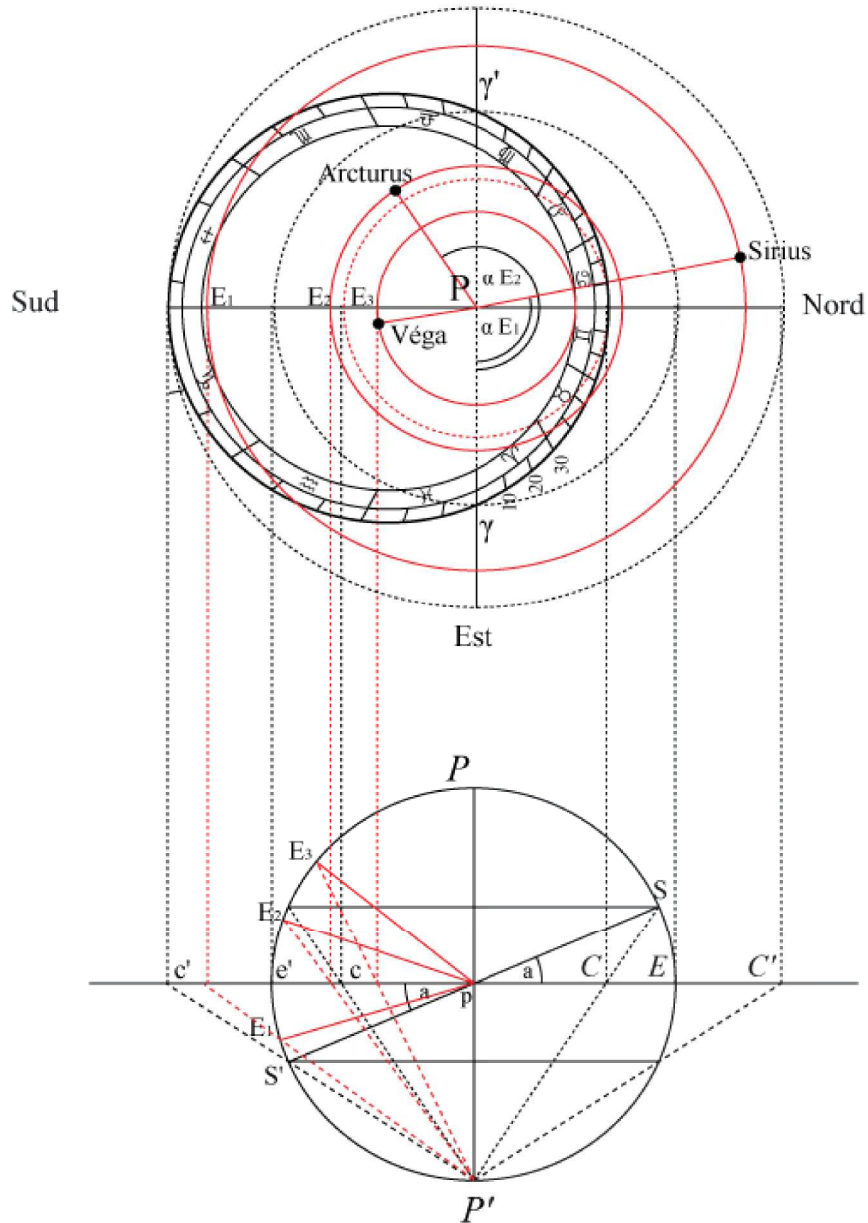
$$\text{Distance au p\^ole} : R \operatorname{Tg} \left(45^\circ - \frac{\delta E_2}{2} \right) = 2.13 \text{ cm}$$

$E_3 - \alpha \text{ Lyr} : A.D = 279.23^\circ$

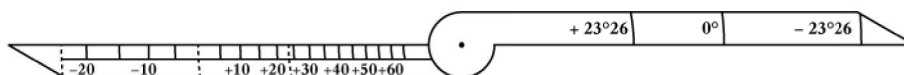
$$\text{Distance au p\^ole} : R \operatorname{Tg} \left(45^\circ - \frac{\delta E_1}{2} \right) = 1.44 \text{ cm}$$

Ouest

$R = 3 \text{ cm}$



La dernière pièce de la face avant est l'ostenseur. Règle (simple ou double) graduée en déclinaison, selon la formule : $R \operatorname{Tg} \left(45^\circ - \frac{\delta}{2} \right)$ avec R, rayon de la sphère de base



Le dos de l'astrolabe

Les tracés les plus communs au dos de l'astrolabe sont le limbe, le calendrier zodiacal associé au calendrier civil, et le carré des ombres. La présentation ci-après, se limitera au système calendrier zodiacal/civil.

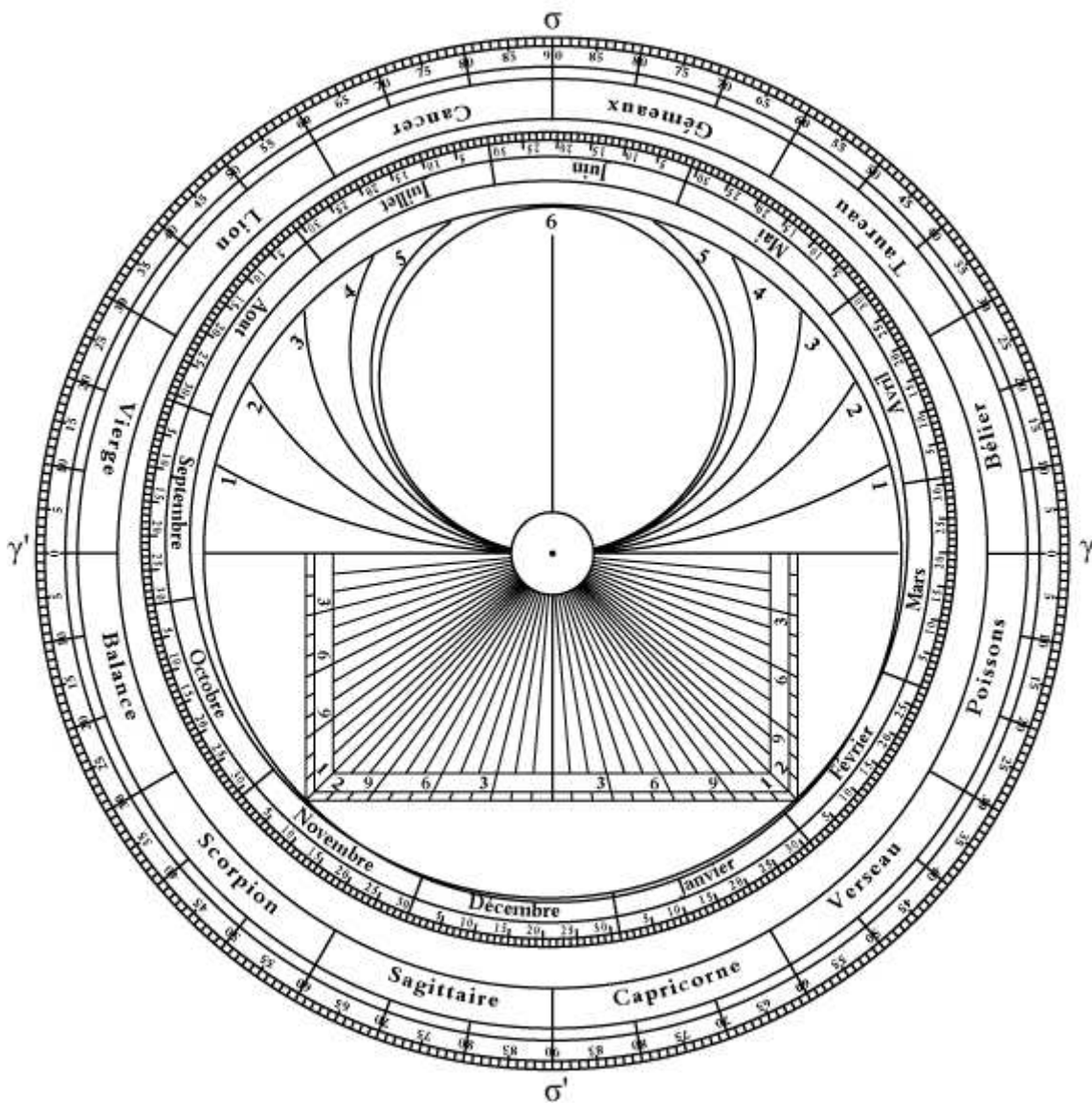
Le limbe, couronne extérieure, est gradué en 360°. Il servira aussi bien pour le calendrier zodiacal que pour la lecture de la hauteur mesurée des astres au dessus de l'horizon. Il est constitué de 4 quadrants. Le quadrant en haut à droite est gradué de 0° à 90°, 0° étant à l'horizontal du centre de l'astrolabe et 90° à la verticale.

Le calendrier zodiacal comporte les signes du zodiaque, 12 secteurs de 30°.

Le calendrier civil est la couronne graduée en mois et jours (360°/365.25),

Le point vernal, degré 0 du Bélier correspond au 20 mars, équinoxe de printemps.

Le calendrier zodiacal permet pour une date donnée de déterminer la position du soleil sur l'écliptique, ou point solaire.



La couronne comprenant les mois et les jours peut être centrée ou excentrée.

Dans le cas d'une couronne centrée, il sera nécessaire, pour tenir compte de l'**inégalité des saisons**, de réaliser les intervalles de graduation des jours légèrement inégaux.

Dans le cas d'une couronne excentrée, les intervalles entre 2 graduations seront égaux, mais le centre sera différent de celui de la couronne extérieure.

Comment définir ce centre ?

La durée des saisons actuellement est :

		Nb jours	Nb jours	°	°
α	printemps	92,76	186,41	91,4267	183,7306
β	été	93,65		92,3039	
	automne	89,84	178,84	88,5487	176,2694
	hiver	89		87,7207	
		365,25	365,25	360	360

Pour respecter $\alpha + \beta > 180^\circ$ et $\alpha < \beta$, le centre J du cercle excentré se situera au dessus de la ligne des équinoxes $\gamma\gamma'$ et à gauche de la ligne des solstices $\sigma\sigma'$.

La durée du printemps est égale à l'arc AB ($\alpha = \text{angle}(AJB)$)

La durée de l'été est égale à l'arc BC ($\beta = \text{angle}(CJB)$)

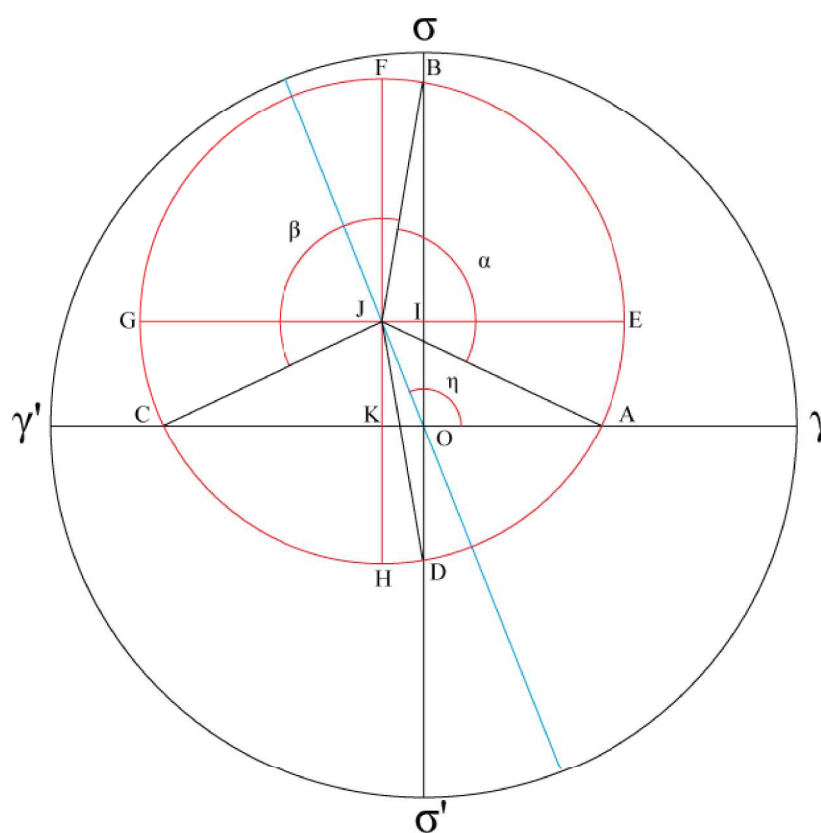
Dans cet exemple :

e) $\alpha = 91,4267^\circ$

f) $\beta = 92,3039^\circ$

g) R = reste en variable

On cherche η la valeur de l'angle AOJ.



° Calcul de l'angle AJE:

$$\alpha + \beta = \text{angle}(AJE) + 180^\circ + \text{angle}(GJC) ; \text{ or } \text{angle}(AJE) = \text{angle}(GJC)$$

$$\text{Donc } \alpha + \beta = 2 \times \text{angle}(AJE) + 180^\circ ; \text{ et } \text{angle}(AJE) = (\alpha + \beta - 180^\circ)/2$$

$$\text{Calcul : } \text{angle}(AJE) = (91,4267^\circ + 92,3039^\circ - 180^\circ) / 2 = 1,8653^\circ$$

° Calcul de la longueur du segment KJ:

$$KJ = R \sin(KAJ) , \text{ or } \text{angle}(KAJ) = \text{angle}(AJE) ; \text{ donc } KJ = R \sin(AJE)$$

$$\text{Calcul : } KJ = 0,0325498R$$

° Calcul de l'angle FJB:

$$\beta > \alpha ; \alpha = \text{angle}(AJF) - \text{angle}(FJB) ; \beta = \text{angle}(CJF) + \text{angle}(FJB)$$

$$\text{De plus } \text{angle}(AJF) = \text{angle}(CJF)$$

$$\text{Donc } \beta - \alpha = \text{angle}(CJF) + \text{angle}(FJB) - (\text{angle}(AJF) - \text{angle}(FJB)) =$$

$$= 2 \times \text{angle}(FJB). \text{ Donc } \text{angle}(FJB) = (\beta - \alpha)/2$$

° Calcul : angle (FJB) = $(92,3039^\circ - 91,4267^\circ) / 2 = 0,4386^\circ$

° Calcul de la longueur du segment IJ:

$IJ = R \sin(\text{IBJ})$, or angle (IBJ) = angle (FJB) ; donc $IJ = R \sin(\text{FJB})$

Calcul : $IJ = 0,0076549R$

° Calcul de la longueur du segment OJ

$OJ^2 = KJ^2 + JI^2$; donc $OJ = \text{racine}(KJ^2 + JI^2)$

Calcul : $OJ = 0,0334378R$

° Calcul de l'angle η

$\sin(\text{KOJ}) = JK/OJ$; donc angle (KOJ) = $\arcsin(JK/OJ)$

$\eta = 180^\circ - \text{angle}(\text{KOJ}) = 180^\circ - \arcsin(JK/OJ)$

Calcul : $\eta = 180^\circ - 76,766^\circ = 103,234^\circ$

** Notion d'excentrement : l'excentrement e est la valeur du ratio OJ/R (e = OJ/R)

Calcul : $e = 0,0334378 = 1/29,906$ (avec $R = 1$)

Construction du calendrier :

Pour un calendrier de rayon 75 mm. Après avoir tracé le limbe extérieur et la couronne zodiacale, on trace la couronne du calendrier.

$OJ/R = 1/29,906$ avec $R = 75 \text{ mm}$ $OJ = 75/29,906 = 2,508 \text{ mm}$.

On reporte OJ sur OA, l'angle γ_{OA} valant $103,234^\circ$, et on trace le cercle extérieur de la couronne du calendrier de centre J. On trace ensuite 3 autres cercles de diamètres inférieurs à 75 mm, ces cercles formant des couronnes vont recevoir dans la 1^{ère} couronne les graduations pour les 365 jours du calendrier civil, dans la 2^{ème} couronne les graduations des jours, 5, 10, 15, 20, 25, 30 ou 31, février n'ayant que 28 jours, et dans la dernière les noms des mois.

Il va s'agir de déterminer le point de départ 1^{er} Janvier du calendrier civil sur la couronne zodiacale.

Les coordonnées équatoriales du soleil le 01/01/2010 sont ;

Ascension Droite : 18h 44m 52s / Déclinaison $-23^\circ 2' 14''$

Soit $AD = 281,21667^\circ$

La longitude écliptique L correspondant à AD est : $\text{tg } L = \text{tg } AD / \cos \varepsilon$

Avec $\varepsilon = 23^\circ 26'$.

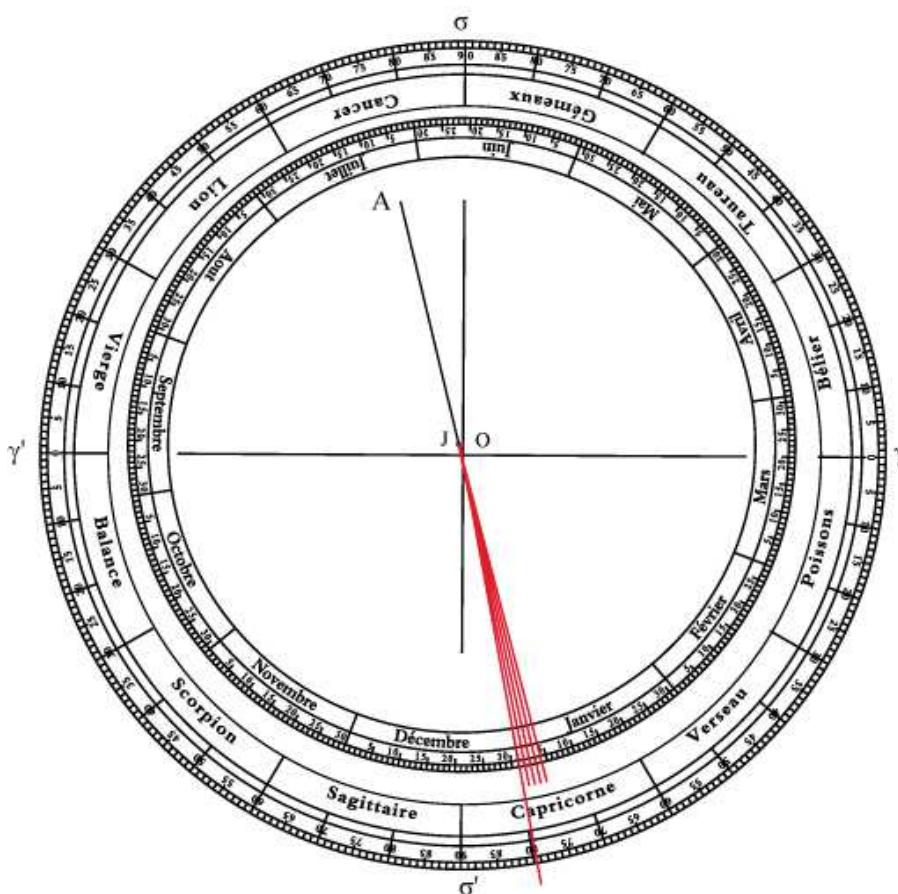
Soit : $L = 280,312^\circ$ arrondi à $280,3^\circ$

Et $L = 280,3^\circ \rightarrow 10,3^\circ$ du Capricorne

On trace le calendrier civil de centre J (365 jours) à partir de $280,3^\circ$ de longitude écliptique, date du 1^{er} janvier.

L'écart entre 2 graduations du calendrier est de : $360/365,25 = 0,985 626 3^\circ$

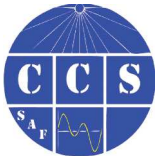
Le dos de l'astrolabe (voir photo en bas de page) est complété par une alidade. Cette alidade va permettre de lire pour une date du calendrier, la position du soleil sur l'écliptique. Il suffit d'amener le bord de l'alidade (bord passant par le centre de l'astrolabe) sur la date du calendrier civil, et de lire dans le prolongement en allant vers la pointe, la graduation interceptée par le bord de l'alidade.



Il n'a été question ici, que des tracés « classiques » de l'astrolabe planisphérique. C'est une toute petite partie d'un sujet très vaste. L'utilisation de l'instrument nécessite d'assimiler au préalable la signification des tracés.

L'Histoire des Hommes et des Sciences est gravée sur ces instruments, derrière chacun d'eux se cache une multitude d'informations, une multitude de savoirs.

Brigitte ALIX
www.astrolabes.fr



Cadran cylindrique sans style

Par Gérard Baillet

Description d'un cadran solaire cylindrique sans style dont les lignes d'heures sont des enveloppes de familles de courbes. Le principe ainsi que le détail des calculs pour pouvoir tracer ce genre de cadran solaire sont explicités.

Description du cadran

Le cadran étudié ici est un cylindre qui a pour caractéristiques :

- un axe vertical ;
- ouverture sur le haut ;
- paroi mince et translucide pour pouvoir observer la limite de l'ombre interne à l'extérieur.

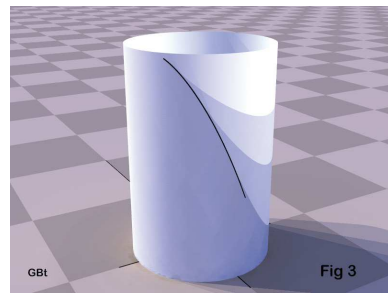
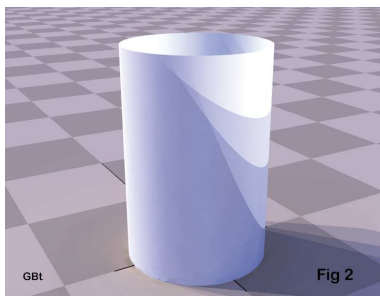
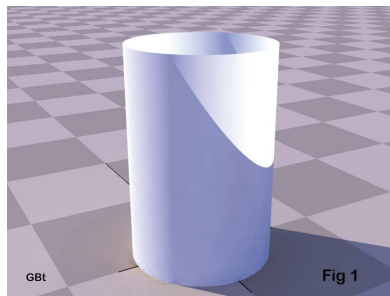
Une feuille de papier enroulée en forme de cylindre peut être utilisée pour fabriquer ce cadran. Voir l'aspect figure 1.

La limite de l'ombre suit une courbe complexe qui est l'intersection du cylindre vertical avec un cylindre incliné à section droite elliptique.

Supposons l'existence de trois soleils, avec des déclinaisons différentes mais à la même heure solaire. Voir la figure 2.

On constate que les trois courbes « limite d'ombre » se coupent. À partir de cette remarque on peut en déduire qu'il existe une courbe enveloppe des limites d'ombre pour une même heure solaire.

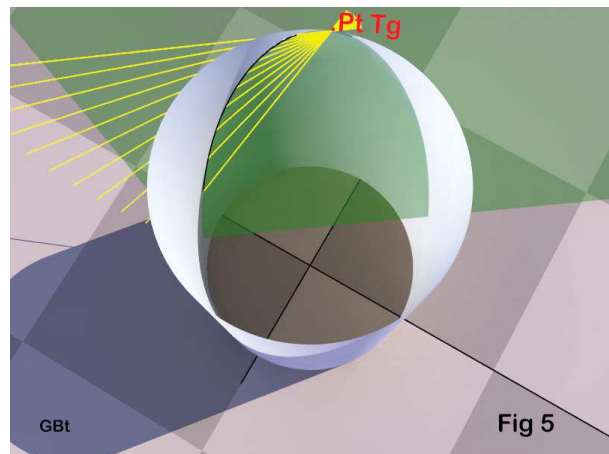
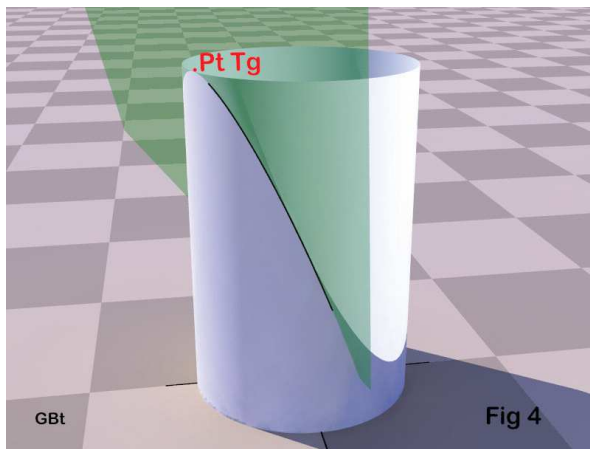
Supposons le problème résolu, la figure 3 montre la courbe enveloppe pour l'ensemble des limites d'ombre comprises entre le solstice d'été et d'hiver, cette courbe est la ligne d'heure. On lit l'heure lorsque la limite de l'ombre est tangente à la ligne d'heure.



Principe de la détermination de la ligne d'heure (Voir figure 4).

L'intersection du plan horaire (en vert transparent) tangent au cercle haut du cylindre (au point [Pt Tg]) avec le cylindre donne la ligne d'heure. La partie utile de la ligne d'heure est décrite par l'intersection d'un rayon issu du soleil et passant par le point [Pt Tg] à l'heure solaire donnée et pour les déclinaisons possibles du soleil (il ne faut pas que le soleil soit couché). La ligne d'heure étant à l'intersection d'un plan et d'un cylindre est une portion d'ellipse dans le cas général.

Sur la figure 5 on peut voir tous les éléments du tracé avec la matérialisation de quelques rayons solaires contenus dans le plan horaire et passant par [Pt Tg].



Calcul des éléments d'une ligne d'heure

Remarque

La méthode de calcul présentée ici n'est pas celle que j'emploie d'habitude. En effet j'utilise les fonctions « vectorielles » du logiciel de ray-tracing POV-RAY (logiciel libre) ce qui m'évite l'emploi des fonctions trigonométriques ou la résolution des triangles sphériques. Néanmoins pour permettre au plus grand nombre de tracer ce cadran je vais employer la méthode conventionnelle, avec des figures réalisées à partir de macros que j'ai écrites. Le calcul sera développé pas à pas, le résultat d'une étape étant utilisé ultérieurement, il n'y aura pas de formule globale. cette méthode facilite les vérifications intermédiaires ainsi que dans le cas d'automatisation du calcul la définition des « points durs » comme $tg(90)$, division par 0 etc.

Généralités

Coordonnées :

- z : Nord horizontal, origine axe du cylindre
- x : Est horizontal, origine axe du cylindre
- y : Vertical vers le haut, zénith origine haut du cylindre

Appellation des variables :

- R : Rayon de cylindre
- Lat : Latitude du lieu en degrés
- Decl : Déclinaison du soleil
- H : Heure solaire vraie du lieu (sans autre remarque il s'agira de cette heure)
- Ah : Angle horaire en degrés soit : $15 \times (H-12)$
- H_sol : Hauteur du soleil sur l'horizon
- Az_sol : Azimut du soleil (par rapport au sud)
- signe_ah : Signe de l'angle horaire

Détermination préalable

Les données à calculer au préalable sont :

- la direction (l'azimut) de la droite d'intersection du plan horaire, pour une heure définie, avec le plan horizontal.
- l'azimut du soleil pour une heure et une déclinaison donnée
- La hauteur du soleil sur l'horizon pour une heure et une déclinaison donnée.

Azimut de l'intersection du plan horaire (Voir figure 10)

Le calcul est effectué dans le triangle rectangle sphérique hachuré ABC.

A : sud Horizontal (angle droit); B : pôle nord céleste (Ah); C : direction du plan horaire sur l'horizon.

L'arc AC donne l'azimut recherché.

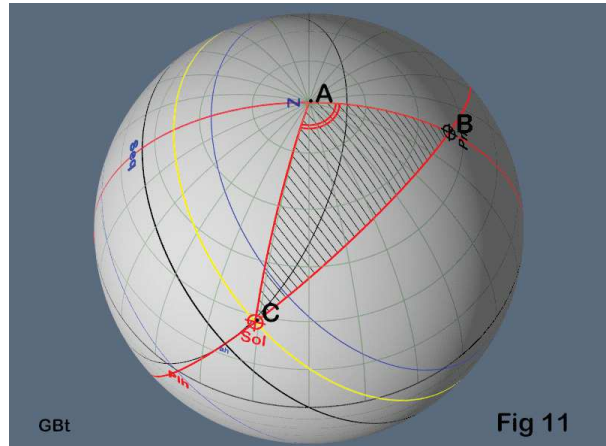
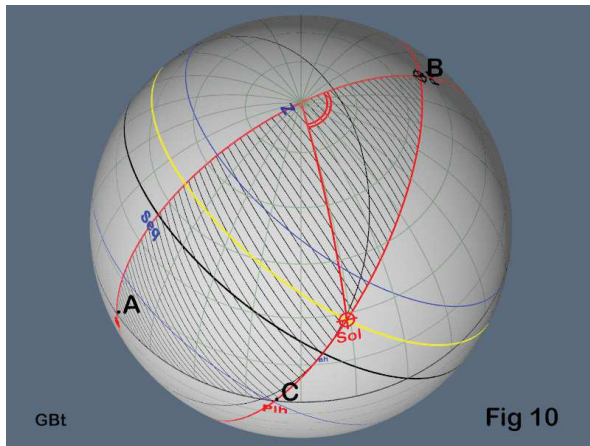
$$az_pl_h = atan(\sin(180 - Lat) \times \tan(Ah)) \quad \text{Formule 1}$$

Azimut et hauteur du soleil (Voir figure 11)

Le calcul a lieu dans le triangle sphérique ABC, avec : A : Zénith; B : Pôle nord céleste; C : Soleil; H_sol : hauteur du soleil; Az_sol : Azimut du soleil.

$$H_sol = asin((\sin(Lat) \times \sin(Decl)) + (\cos(Lat) \times \cos(Decl) \times \cos(Ah))) \quad \text{Formule 2}$$

$$Az_sol = 180 - acos((\sin(Decl) - (\sin(Lat) \times \sin(H_sol))) / (\cos(Lat) \times \cos(H_sol))) \quad \text{Formule 3}$$



Géométrie d'un point de la ligne d'heure (Voir la figure 12)

- O : centre du cercle qui limite le cylindre en haut
- C : point de tangence du plan horaire avec le cylindre
- A : point d'intersection avec le cylindre d'un rayon du soleil passant par C
- B : projection du point A sur le plan horizontal passant par O
- D: le point D est tel que OD indique la direction horizontale du nord

° Calcul de l'angle DOB, cet angle s'appelle : angle_nord

$$angle_nord = (+2 \times Az_sol \times signe_ah) - (az_pl_h + (90 \times signe_ah)) \quad \text{Formule 4}$$

° Calcul de BC, cette distance s'appelle : longueur (abs = valeur absolu)

$$longueur = 2 \times \sin(abs(az_pl_h - (Az_sol \times signe_ah))) \times R \quad \text{Formule 5}$$

° Calcul de AB, cette distance s'appelle : hauteur (elle est positive)

$$hauteur_pt = longueur \times \tan(H_sol) \quad \text{Formule 6}$$

° Coordonnées d'un point de la ligne d'heure

$$X = R \times \sin(angle_nord)$$

$$Y = -hauteur_pt$$

$$Z = R \times \cos(angle_nord) \quad \text{Formule 7}$$

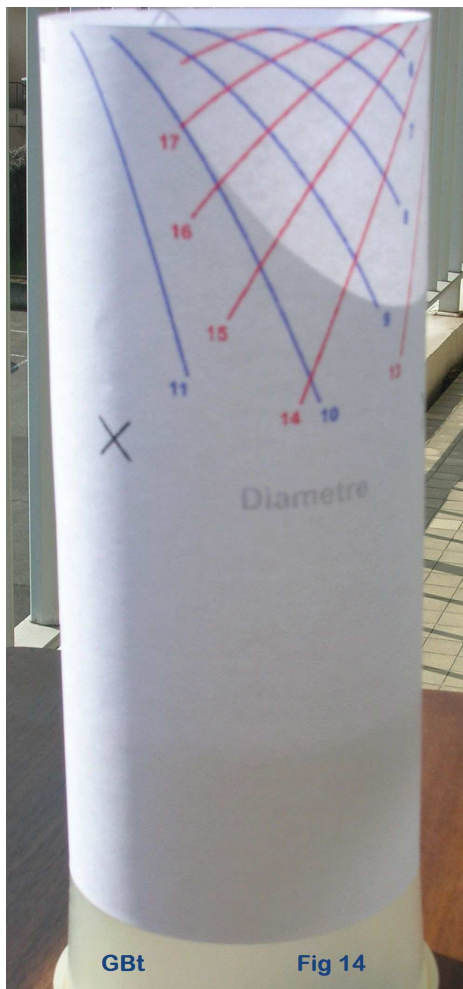
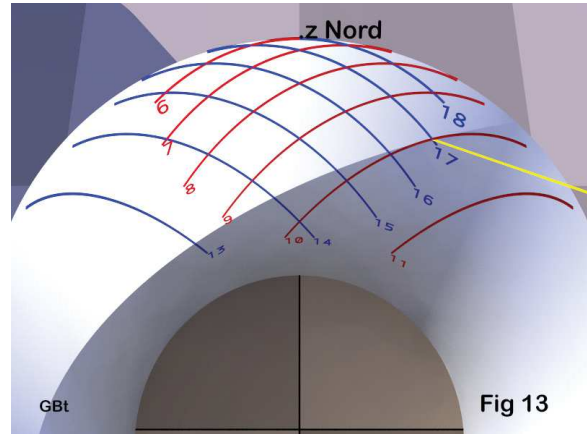
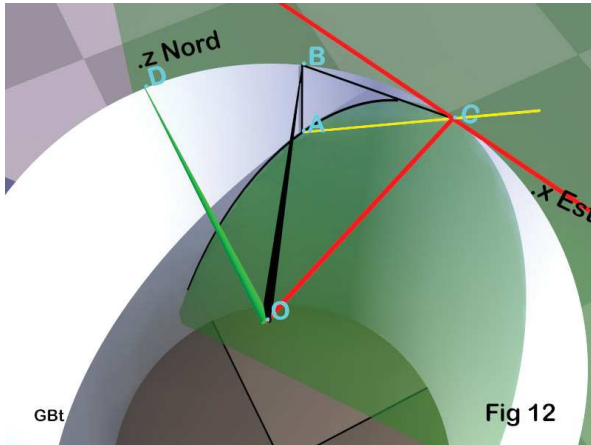
Pour imprimer une feuille de papier avec en hauteur la coordonnée Y de la formule7 prendre alors la coordonnée X (+ vers l'est, X = 0 au nord)

$$X = R \times \text{angle_nord} \times \pi / 180$$

Formule 8

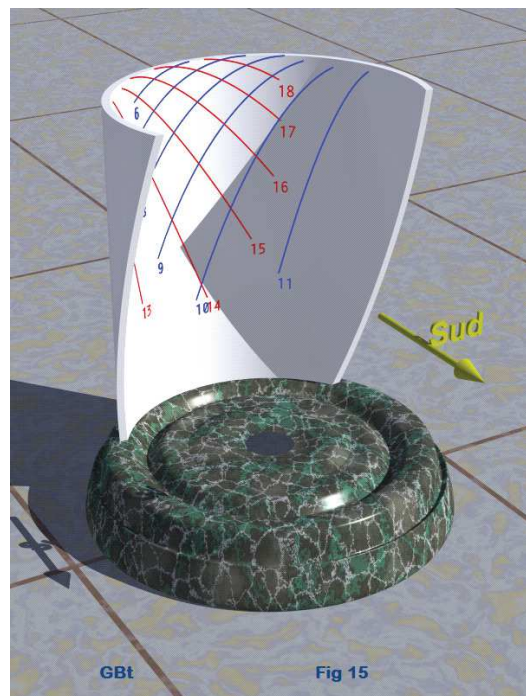
Tracé de l'ensemble des lignes d'heure (Voir figure 13)

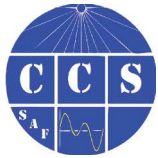
La figure 13 donne la vue intérieure du cylindre obtenue à l'aide des formules de 1 à 7.



Sur la figure 14 une vue d'un cadran réel aimablement transmise par un de mes correspondants il est 10h.

Sur la figure 15 une vue en image de synthèse d'un cylindre ouvert il est 10h.





Caractères des lignes horaires antiques

Par Dominique Collin

Dans le cadre son 'étude sur les heures antique, D. Collin propose ses "commentaires et analyses" du "mémoire de Thomas Stephen DAVIES" (1795-1851) : « Recherches sur le caractère géométrique des lignes horaires dans les cadrans solaires antiques » Edinburg Transactions, volume 12, pages 77-122, 1834. (Voir CI n° 20)

Introduction

L'étude que nous a laissée Thomas Stephen DAVIES ne manque pas d'étonner et de surprendre. Une question clairement identifiée à propos des lignes horaires temporaires en usage dans l'antiquité, fait l'objet d'une enquête rigoureuse et minutieuse. Cependant, il ne s'agit que de certains aspects de connaissances accumulées jusqu'au tout début du 19^e siècle que l'auteur se propose d'établir rigoureusement. Il démontre que les lignes horaires temporaires ne sont pas des arcs de grands cercles sur la sphère céleste (ni même des cercles tout court), puis, qu'elles ne sont pas non plus des droites dans un cadran solaire plan. S'appuyant essentiellement sur les travaux de W.A. CADELL et de J-B.J. DELAMBRE, il s'emploie ensuite à déterminer la nature géométrique des lignes horaires temporaires, sans vraiment y parvenir². C'est pour cette raison, mais aussi parce que ce sont des pièces de collection de l'antiquité, qu'il exploite les différentes projections centrales des hémisphères sur des surfaces particulières tangentes à la sphère : le cylindre tangent à l'équateur, le plan tangent au pôle nord, et enfin, un peu plus longuement, le cône de révolution d'axe le pôle nord céleste. Il démontre qu'elles ne possèdent qu'un seul point d'inflexion, qui ne peut se trouver que sur l'équateur, que ces lignes font de un à plusieurs fois le tour de la sphère en ayant des maximums symétriques par rapport à l'équateur, et limités eux-mêmes par des petits cercles de déclinaison $\pm(90^\circ - \varphi)$. Il identifie le cône sinusoïdal³ de centre l'extrémité du gnomon dont l'intersection avec la sphère, puis avec différentes surfaces planes, engendrent les heures temporaires. Mais il ne fournit au lecteur aucun tracé complet de ces lignes dans le plan⁴ quand bien même il donne un protocole original et détaillé d'une construction géométrique point par point⁵ des lignes horaires temporaires.

Des éclaircissements indispensables manquent au lecteur qui peut être vite dérouté. C'est le propos de ces *commentaires et analyses*.

Au cours de son étude, lorsque DAVIES parle de la sphère, il se place en réalité sur la surface du scaphée (paroi intérieure de la sphère), dans lequel il définit les coordonnées que l'on utilise habituellement sur la sphère céleste : latitude équatoriale, donc la déclinaison et longitude équatoriale, donc l'angle horaire compté depuis le méridien du lieu. Comme le dit si

¹ Il ne semble pas connaître le mémoire de G. SETTELE (*Memoria sopra la forma delle linee orarie Indicanti le Ore Inegali degli Antichi sopra gli Orologj Solari*, Letta nell'academia de'Lincci, li xvi, maggio 1816), Rome, 1816.

² La nature mathématique de ces courbes était inconnue de son temps, tant sur la sphère que sur le plan.

³ Elles ont déjà été identifiées et ont été représentés pour la III^e heure temporaire, par W.A. CADELL (*On the Lines that divide each semidiurnal Arc into Six equal Parts*, Transactions, Volume VIII, Royal Society of Edinburgh, 1818 ; traduction dans Cadran-Info n°22, octobre 2010).

⁴ Et à titre d'exemple, il renvoie le lecteur aux tracés des huit cadrans solaires de la Tour des Vents à Athènes, sans toutefois les fournir ou les reproduire à partir de son modèle.

⁵ On peut conjecturer que les lignes temporaires sont constructibles à la règle et au compas dans le cas d'un cadran plan (courbes en épi). Les *commentaires et analyses* n'aborderont pas ici cet aspect géométrique car cela fait l'objet d'un tout autre sujet de recherche entraînant l'application des lignes temporaires sur le cadran de hauteur et les astrolabes.

bien J. DRECKER⁶, il se place dans l'ombre, donc en somme après l'application de la projection centrale, ce qui n'était absolument pas évident⁷ en première lecture aussi attentive qu'elle soit, d'autant plus que ses deux premières figures concernent bien la sphère céleste, et dont leur représentation plane rend difficile leur interprétation.

Il est, d'après mes connaissances en gnomonique, le premier à considérer la déclinaison du soleil et l'angle horaire dans leur généralité, c'est-à-dire comme des variables prenant leurs valeurs respectivement dans l'intervalle $[-90^\circ ; 90^\circ]$, et $[0 ; 360^\circ]$. Il est le premier à proposer une vision analytique des lignes horaires temporaires, et, en se démarquant des « habitudes » gnomoniques, il adopte une vision mathématique de ce problème, sans toutefois se servir du calcul différentiel pour accéder à la véritable nature de ces lignes. C'est dans ce cadre qu'il est encore le premier à proposer (et à identifier) une équation polaire générale des hectémories, valable pour tout cadran plan, mais sans en faire usage, laissant le lecteur seul devant cette équation⁸. Ce genre de courbe était encore inconnu, ou du moins non encore étudiée⁹. Il a fallu attendre le tout début du 20^e siècle pour les voir s'intégrer à une classification des courbes spéciales planes et gauches. L'histoire de la gnomonique montre que cette aventure a été oubliée quelques temps ; voyons comment on pourrait traiter les lignes horaires temporaires dans la gnomonique moderne, presque encore un siècle plus tard après les recherches de H. MICHNIK¹⁰.

Commentaire §I.

DAVIES aborde directement l'étude de l'hectémorie par l'intermédiaire d'un angle appelé "*différence ascensionnelle*". DELAMBRE l'utilise aussi lorsqu'il aborde les lignes horaires temporaires en examinant si ces dernières sont toujours des lignes droites¹¹. La reproduction de la figure 123, planche 10, de l'ouvrage cité, montre, sur la sphère céleste visible par l'observateur, l'angle $u = \angle QPS = \angle QPS'$, appelé différence ascensionnelle ; c'est encore l'angle horaire du lever du soleil compté depuis l'arc PQ , c'est aussi l'amplitude du soleil levant (cf. figure 1). On a ajouté à la figure de DELAMBRE, les tropiques, les points des hectémories sur les petits cercles (numérotés sur l'équateur) et enfin les branches hectémoréales comprises entre le méridien et l'horizon Est¹² (cf. figure 1).

En toute première réaction, il est inexact, comme l'affirme DAVIES, que la différence ascensionnelle u est égale au complément de l'arc semi-diurne. En effet, sur la sphère céleste, lors des équinoxes, l'arc semi-diurne $\angle EQP = 90^\circ$ et $u=0^\circ$. En été, le soleil se lève plus à l'est et dépasse $\angle EQP$ de la quantité u . L'arc semi-diurne a pour valeur $\angle ePS = 90^\circ + u$. En hiver, l'angle horaire du lever ne dépasse jamais $\angle EQP$; u apparaît comme la quantité à retirer à 90°

⁶ J. DRECKER, *Theorie der Sonnenuhren*, Die Geschichte der Zeitmessung und der Uhren, herausgegeben von Ernst von Bassermann-Jordan, Band. I, Lieferung E, de Gruyter, Berlin, 1925. (Traduction du chapitre II, cf. Cadran-Info n°21, mai 2010)

⁷ Si bien que des auteurs contemporains s'interrogent encore par exemple sur le problème de signe dans l'expression de l'arc semi diurne, alors qu'il ne s'agit que du point de vue où se place l'observateur : dans l'ombre (donc dans l'objet), ou dans la lumière (sphère céleste).

⁸ Elle n'a, a priori, jamais été utilisée depuis...

⁹ Si l'étude de DAVIES a été oubliée, il n'en reste pas moins que le problème des lignes horaires temporaires était toujours d'actualité pour l'historien des sciences, puisque en 1875, le grand CHASLES nous a laissé une très belle note en page 496 de son « *Aperçu historique sur l'origine et le développement des constructions géométriques* » (remarque rapporté par D. SAVOIE) déclarant que ce problème pourrait faire une belle question d'analyse. Lire à ce propos l'étude de MICHNIK et les commentaires de DRECKER. Il a fallu attendre l'étude systématique de ces courbes par AUBRY (1895).

¹⁰ H. Michnik, *Beitrag zur theorie der Sonnenuhren*, Belage zu dem Jahresberichte des Kgl. Gymnasiums zu Beuthen O.-S. über das Schuljahr 1913/14, drug von G. Teubner in Leipzig, 1914.

¹¹ J.B.J. DELAMBRE, H.A.A, tome II, chapitre XXVI, de *l'Analemme*, page 476.

¹² Les courbes hectémoréales sur la sphère céleste sont tracées sur leur première demi-période (comptées depuis le méridien), et ont leurs extremums supérieurs sur un petit cercle boréal appelé cercle limite des hectémories.

pour obtenir l'arc semi-diurne, par conséquent $\angle HPS' = 90^\circ - u$. On démontre aisément, aussi bien dans le triangle sphérique rectangle $SPNord$ que $S'PNord$:

$$\sin u = \tan \varphi \tan \delta.$$

On peut s'étonner d'ailleurs que DELAMBRE ne propose pas une expression "globale" qui tienne compte du signe de la déclinaison... On a en effet $\text{signe}(u) = \text{signe}(\delta)$, par conséquent, autant en été qu'en hiver¹³ :

$$\text{arc semi-diurne} = 90^\circ + u,$$

Lorsque δ prend ses valeurs dans l'intervalle $](90^\circ - \varphi); 90^\circ - \varphi[$. On peut immédiatement affirmer que les courbes hectémoréales sont délimitées par deux petits cercles de déclinaison $-(90^\circ - \varphi)$ pour le cercle austral et $90^\circ - \varphi$ pour le cercle boréal.

L'angle horaire de la k -ième heure temporaire sera :

$$L = k \times \frac{90^\circ + u}{6},$$

ou encore : $nL = 90^\circ + u$ avec $n = \frac{6}{k}$.

En prenant le cosinus dans les deux membres de cette égalité :

$$\cos(nL) = -\sin u$$

$$\cos(nL) = -\tan \varphi \tan \delta$$

Cette formule est l'expression classique de l'arc semi-diurne relativement à la sphère céleste. Bien entendu,

$$\text{au solstice d'été : } L = \frac{\arccos[-\tan \varphi \tan 23^\circ 26']}{n} > \frac{90^\circ}{n},$$

$$\text{et au solstice d'hiver : } L = \frac{\arccos[-\tan \varphi \tan(-23^\circ 26')]}{n} < \frac{90^\circ}{n}.$$

Sous ce raisonnement, la relation $(A_{D,L})$ devrait par conséquent s'écrire

$$\tan D = -\tan I \cos(nL).$$

Or, ce n'est pas ce que propose a priori DAVIES. Ce conflit dans le signe n'apparaît pas chez DELAMBRE parce que celui-ci prend la précaution de tenir deux expressions distinctes selon le solstice considéré pour l'angle horaire de l'hectémorie, ce que ne font pas d'autres auteurs. MICHNIK qui semble adopter la même démarche que DAVIES dans la recherche de la nature de ces lignes (d'ailleurs sans jamais le citer), se place sur la sphère céleste et détermine l'équation des lignes temporaires sur celle-ci. La différence de signe apparaît bien sûr en comparaison avec DAVIES, et est étrangement déclarée comme « confusion » par DRECKER. Cette absence de signe¹⁴ n'a pourtant rien de mystérieux ni rien d'obscur : elle vient du fait que DAVIES se place d'emblée sur la surface intérieure d'une sphère creuse et considère avant toute chose la projection centrale de tout point de la sphère céleste sur la sphère creuse, pour ensuite envisager la projection sur toute surface tangente. On peut en effet lui reprocher de ne pas avoir expliqué qu'il définissait les coordonnées d'un point d'ombre de l'hectémorie directement sur le scaphée. Il est encore plus singulier qu'il n'ait pas rendu compte non plus de cette prise de position lorsqu'il calcule la valeur de nL (ou arc semi diurne) au paragraphe xxxi, en prenant comme exemple la latitude d'Athènes et l'inclinaison de l'écliptique connue dans l'antiquité ($\varphi = 37^\circ 30'$ et $\delta = 23^\circ 51'$). Il trouve $nL = 70^\circ 10' 10''$, erreur qui saute aux yeux immédiatement car c'est le solstice d'été qui est considéré ; sous une latitude boréale, l'angle horaire de l'arc semi diurne devrait être plus grand que 90° comme chacun sait. La valeur devrait être $109^\circ 49' 48.26''$. Comme il n'est pas possible qu'un tel savant conserve

¹³ Où dans les deux hémisphères que sépare le plan équatorial.

¹⁴ Voir à ce propos l'interrogation de Mme ARCHINARD sur l'anomalie de signe portant sur l'arc semi-diurne dans Annals of Science, *The diagram of Unequal Hours*, vol.47, p. 173-190, 1990 - §3, pages 187-189.

cette « erreur », il faut bien admettre que l'arc semi diurne dont il est question ici n'est pas celui que l'on a l'habitude d'étudier de nos jours, mais correspond à celui pris sur le scaphée. Ceci entièrement déterminé, je n'ai pas encore d'explications satisfaisantes sur le pourquoi de ce procédé. CADELL semble être le premier à se placer sur le scaphée, DAVIES suit la même position mais d'un point de vue mathématique, DELAMBRE, MICHNICK, DRECKER, se placent sur la sphère... Le tableau suivant résume les différences de signes suivant que l'on se place sur la sphère, ou suivant que l'on se place sur le scaphée (on considère donc un point sur la sphère céleste et son point diamétralement opposé).

Grandeur angulaire	Définition classique sur la <i>sphère céleste</i> (L'origine est l'Équateur Sud)	Dans la partie ombre, après projection centrale (<i>scaphée</i>) (L'origine est l'Équateur Nord)
Déclinaison du soleil	Positive (de l'équateur sud vers le pôle nord)	Négative $\delta_{Scaphée} = -\delta_{Sphère}$, ($\delta_{Scaphée} > 0$ vers le pôle nord).
Angle horaire	Positif (de l'Équateur sud vers l'ouest)	Négatif $L_{Scaphée} = -L_{Sphère}$, ($L_{Scaphée} > 0$ vers l'ouest).
Différence ascensionnelle	$\sin u = \tan \varphi \tan \delta$	$\sin u = -\tan \varphi \tan \delta$
Arc semi-diurne	$\cos H_0 = -\tan \varphi \tan \delta$	$\cos H_0 = +\tan \varphi \tan \delta$ ⁽¹⁵⁾

Commentaires §II et §V.

On constatera l'étrangeté suivante. Le tableau I (page 81) ou encore le tableau II (page 85) décrit le comportement de la courbe depuis le point méridien *I*. Cet extrémum a, pour DAVIES, une déclinaison positive¹⁶ ($90^\circ - \varphi$), de sorte que celle-ci ne peut que décroître, tout comme la courbe, quand croît, pour traverser l'équateur et atteindre le point *-I*, ce qui confère à la courbe une forme qui n'est pas celle que l'on peut observer sur la première figure de l'article¹⁷. Dans le document de travail pour la traduction, quand bien même la figure issue de photocopies est relativement dégradée, on ne peut pas s'empêcher d'observer que le point *I* sur le méridien est sous l'équateur, puis que la courbe est croissante quand *L* augmente (vers l'est) jusqu'à son premier extrémum pour ensuite décroître, etc. D'où cette étrange contradiction¹⁸ apparente entre les explications (par la formule) et l'interprétation du dessin (sur la sphère et non sur le scaphée). On a reproduit dans la traduction (cf. Cadran-Info de juin 2010) les figures pages 81 et 82 (supposées être identiques) en utilisant la relation classique de l'arc semi diurne, et en se plaçant volontairement sur la sphère céleste ; le tracé semble concorder avec le dessin de DAVIES mais ne s'accorde pas aux explications. Ce qui démontre que Davies « jongle » sans le dire entre sphère et scaphée à cause de l'équivalence particulière qu'assure la projection centrale ; les explications fournies sont correctes par rapport à la formule générale ($A_{D,L}$). Il fallait souligner cette différence troublante.

Le comportement de la courbe hectémoréale décrit dans le tableau de la section §V montre clairement que les hectémories sont délimités par la déclinaison $D=I$ (en notation de

¹⁵ Voir également la fin du commentaire §XXI et la note de bas de page associée.

¹⁶ Sur le scaphée, le point *I* sur le méridien (point nord de l'horizon local) est alors au-dessus de l'équateur (cf. figure 3 ou encore la note 14).

¹⁷ Pour savoir effectivement à quoi ressemble la courbe de cette façon, voir aussi la planche 3, figure 25a, J. DRECKER, *ubi sup.*

¹⁸ Il ne s'agit pas non plus de la sphère vu côté « nord », ni d'un tracé nocturne...

DAVIES), ce qui signifie que les sommets périodiques des hectémories sont sur des petits cercles de déclinaison $\pm(90^\circ - \varphi)$, puis, suivant que n est fractionnaire ou entier, la courbe hectémoréale devra faire un à plusieurs fois le tour de la sphère pour revenir à son point de départ. Ce sont des observations de la plus haute importance pour la compréhension de la nature de la courbe.

Commentaires §III et IV.

Dans le groupe de formule que l'on reproduit ici :

$$\cos n.AW = \cos(90^\circ - n.WD) = \sin n.WD$$

$$\cos n.AZ = \cos(90^\circ + n.AZ) = -\sin n.AZ = -\sin n.WD'$$

il est nécessaire de rectifier la deuxième ligne et d'écrire :

$$\cos n.AZ = \cos(90^\circ + n.DZ) = -\sin n.DZ = -\sin n.WD.$$

Ce qui n'est pas dit dans le paragraphe III, c'est que l'auteur considère deux points symétriques sur la courbe de l'hectémorie par rapport au point D qui est sur l'équateur¹⁹. Ce sont les points $Y(nL_1; -D_1)$ et $Y'(nL_2; +D_1)$, avec les longitudes $L_1 = f(-D_1)$ et $L_2 = f(D_1)$ et où D_1 est proche de 0 ; f est la fonction qui calcule à partir de la déclinaison D l'angle horaire L . Ensuite on trace les cercles horaires²⁰ des points Y , Y' . On note alors respectivement, W et Z les intersections des cercles horaires avec l'équateur. D'où $DZ = WD$ (voir la reproduction de la figure page 82 dans la traduction de l'article).

L'auteur se sert ensuite du triangle sphérique WDY , en faisant tendre Y vers D , pour démontrer que l'angle $\angle ADY$ formé par l'hectémorie sur l'équateur, est indépendant des variables L , D et vaut $\arctan[n \times \tan(90^\circ - \varphi)]$ ou encore $\arctan[\frac{k}{k} \times \tan(90^\circ - \varphi)]$, avec $k \in [0;6]$ pour la première moitié de l'arc semi-diurne²¹. D'où l'énoncé de la proposition concernant l'inclinaison de l'hectémorie sur l'équateur céleste. C'est *remarquable*.

Commentaire §VII.

Sans vraiment développer, mais en argumentant juste sur le genre et l'ordre d'une courbe, DAVIES souligne que les courbes hectémoréales sont d'un plus haut degré que le cercle et possèdent une double courbure. Il y a cependant deux exceptions retrouvées à partir de la valeur de n : les hectémories circulaires,

- le cercle horizon (respectivement 0^h et 12^h temporaires)
- le cercle méridien (6^h temporaires)

Que les hectémories circulaires aient été notifiées par CADELL et DELAMBRE, c'est certes vrai, mais il est difficile d'admettre qu'elles n'aient pas été reconnues bien avant eux, entraînant une confusion probable que les autres hectémories sont des arcs de grand cercle, ou du moins devaient s'en approcher suffisamment pour les considérer comme telles. Pour des latitudes jusqu'à 55°, la gnomonique pratique s'en accommode très bien.

Commentaire §VIII.

Dans ce paragraphe, DAVIES montre que la forme fonctionnelle de l'équation polaire des hectémories reste la même lorsque l'origine se trouve sur l'équateur ou sur ses pôles. Cela

¹⁹ Le point est la première intersection de l'hectémorie avec l'équateur lorsqu'elle commence en I . La longitude du point D est $L = \frac{90^\circ}{n} = 15^\circ$. Le point I , qui est sur le cercle horizon du lieu de latitude φ , a pour déclinaison $-(90^\circ - \varphi)$ et pour longitude $L=0^\circ$ sur la sphère céleste (cf. figure 2).

²⁰ Dans la reproduction de cette figure, on s'est placé volontairement sur la sphère céleste.

²¹ Pour midi ($k=0^\circ$), l'angle est de 90° , pour l'horizon ($k=6$), l'angle est de $(90^\circ - \varphi)$.

se traduit par changer dans $(A_{D,L})$, L en $(L \pm L')$ lorsque l'origine est sur l'équateur et changer D en $(90^\circ - D)$ lorsque l'origine est sur les pôles.

Propriété intéressante mais dont l'utilité gnomonique n'est pas immédiate. Servira-t-elle au choix du centre des coordonnées rectangulaires lorsqu'il s'agira de projeter les hectémories sur un plan tangent au scaphée ? Ou alors pour confirmer que la forme polaire est la plus simple des équations qui permettrait de représenter les hectémories sur un plan tangent ? Peut-être, en attendant, on peut tracer les heures temporaires à partir de n'importe quelle origine des longitudes prise le long de l'équateur.

Commentaire §IX.

Le tableau contenu dans ce paragraphe est *capital*. Il donne pour la toute première fois l'équation sphérique de chaque heure temporaire (relative au scaphée), et la correspondance entre n et leur chiffraison²². Cela nous apprend que DAVIES compte les heures temporaires depuis midi. Le supplément *I-c* apporte une correspondance plus explicite encore entre n , k et le numéro de la ligne horaire temporaire.

Commentaire §X.

DAVIES démontre que les lignes horaires temporaires ne passent pas par les mêmes points sur la sphère et par conséquent, leurs cordes ne sont pas concourantes sur le cadran plan. Résultat de toute façon déjà connu pour le cadran plan, mais il fallait établir la démonstration.

Commentaires §XIII et §XXX.

Une simple allusion au fait que des cadrans antiques aient été tracés sur des surfaces justifie l'étude des cadrans cylindriques et coniques. Le cadran cylindrique est très rapidement expédié dans ce paragraphe. On ne sait pas de quels cadrans antiques il s'agit et à quelle collection ils appartiendraient²³.

Pour l'hectémorie sur la surface intérieure du cylindre tangent à l'équateur de la sphère, DAVIES renvoie le lecteur au travail de CADELL, et se contente de signaler que dans le plan développé du cylindre, les hectémories sont de simples courbes sinusoïdales. Aucune autre variété de cylindre n'est abordée (ceux de l'antiquité étant très majoritairement polaires). Dans son étude analytique des hectémories, il donne au paragraphe XXX l'équation cartésienne des courbes hectémoréales dans le plan développé du cylindre, ce qui suffit à démontrer leur forme (courbes sinusoïdales), et permet par conséquent de « remonter » à leur vraie nature sur le scaphée (sinusoïdes sphériques). Mais ce « pont » n'est pas réalisé (ou du moins n'est pas dit), et il fallut attendre les travaux de Michnik pour le faire.

Dans les figures 4a et 4b, à la fin des commentaires, on a tracé à partir de la projection centrale (de centre l'extrémité du gnomon), les lignes hectémoréales du scaphée sur la surface intérieure du cylindre tangent à l'équateur.

Commentaires §XIV à §XX.

Le cône tel qu'il a été en usage dans l'antiquité fait l'objet d'un développement s'étendant sur sept paragraphes. En faisant référence à nouveau à CADELL pour ce qui concerne l'appartenance des lignes tracées sur le cône au réseau des lignes horaires temporaires, DAVIES

²² On retrouvera un tel tableau chez MICHNIK pour les heures temporaires sur la sphère céleste, et accompagné des équations des surfaces hectémoréales sous leur forme cartésienne.

²³ Pour des exemples de cadrans cylindriques (une dizaine et souvent intégrés dans des cadrans multifaces), voir l'indispensable ouvrage de S.L. GIBBS, *Greek and Roman sundials*, 1976, Yale University Press, pp.369-390.

Pour une étude d'un cadran cylindrique antique, voir la communication de M. D. Savoie: *Le cadran solaire grec d'Aï Khanoum (Afghanistan): la question de l'exactitude des cadrans antiques*, Académie des Inscriptions et Belles Lettres, Compte-Rendu des séances de l'année 2007, avril-juin. (Cf. figures 2 et 3 p.1166, puis 4 et 5 p.1169).

étudie de façon systématique le cône tangent au scaphée dont l'axe de révolution est l'axe des pôles.

On donne dans les figures 5a à 5c, quelques exemples de cadrans coniques polaires à lignes horaires inégales, tel que les voyaient probablement le monde de l'antiquité²⁴ (les paramètres de construction ont été empruntés sur les cadrans référencés par Gibbs : 3001G, 3027G, 3065G, offrant différentes positives à λ (10°, 36.5°, 51.33°)).

Commentaire §XVII.

Dans le plan développé du cône, l'équateur céleste est un arc de cercle de rayon :

$$r_{\text{équateur}} = a \sec \lambda \operatorname{cosec} \lambda .$$

(a = rayon de la sphère, λ = demi angle d'ouverture du cône qui est aussi la déclinaison du point tangent entre le cône et le scaphée).

Commentaire §XX.

Dans les figures pages 102 à 104, les hectémories sont délimitées dans le plan développé du cône par des arcs de cercles que l'on ne devra pas confondre avec les arcs solsticiaux. Sous ce point de vue, seul l'arc de cercle intermédiaire est la trace de l'équateur dans ces figures (arc FG sur la première figure du paragraphe, page 102 des *Transactions*).

Les tableaux ci-après donnent, pour information, les formules de calcul de ces différents rayons dans le plan développé du cône :

Délimitations des hectémories dans le plan développé du cône

Rayon minimal	Rayon maximal	$r_{\max} \rightarrow \infty$ pour :
$r_{\min} = a \frac{\sec \lambda \operatorname{cosec} \lambda}{1 + \tan \lambda \cot \varphi}$	$r_{\max} = a \frac{\sec \lambda \operatorname{cosec} \lambda}{1 - \tan \lambda \cot \varphi}$	$\tan \varphi \cot \lambda = +1$

Rayons des arcs solsticiaux et Équatoriaux dans le plan développé du cône²⁵

Rayon du cercle d'été	Rayon du cercle équatorial	Rayon du cercle d'hiver
$r_{\text{été}} = HQ_m$	$r_{\text{eq}} = OF$	$r_{\text{hiv}} = HQ'_m$
$r_{\text{été}} = a[\cot \lambda - \tan(\varepsilon - \lambda)]$	$r_{\text{eq}} = a \sec \lambda \operatorname{cosec} \lambda$	$r_{\text{hiv}} = a[\cot \lambda + \tan(\varepsilon + \lambda)]$

(avec $\varepsilon = 23^\circ 26'$).

Commentaire §XXI.

Les coordonnées sur la sphère unité d'un point de l'hectémorie sont des coordonnées sphériques : ($\rho = a, \theta = L, \varphi = 90^\circ - D$) si l'on adopte l'écriture standard des physiciens. DAVIES n'explicite pas le repère utilisé, mais celui-ci se déduit facilement d'une part, par des coordonnées cartésiennes du point considéré, et d'autre part de nos habitudes ou pratiques. Le repère $Oxyz$ aurait pour définition :

²⁴ Voir l'étude d'un cadran conique antique : G. RAYET, septembre 1875, *Les cadrans solaires coniques*, Annales de Chimie et de Physique, 5^e série, tome VI, p.52-86.

Les fichiers PDF 3D disponibles dans la version CD de Cadran-Info n°22 & 23, permettront aisément de se rendre compte du tracé des lignes temporaires sur la paroi intérieure d'un volume de révolution comme le cône ou le cylindre, et bien sûr le scaphée.

²⁵ Voir figures page 97 et pages 102-103, de l'article de DAVIES.

- Ox = axe issu de l'intersection entre le plan équatorial et le plan méridien – il est du côté sud dans notre hémisphère nord.
- Oz = axe passant par le pôle Nord Céleste.
- Oy = axe perpendiculaire au plan méridien Oxz , et dirigé vers l'Est (pour un repère direct).

Ce repère n'est curieusement pas celui que cite DRECKER²⁶ lorsqu'il reproduit les coordonnées sphériques introduites par DAVIES en écrivant, je cite, que Ox est l'axe Sud, Oy l'axe Est et Oz le zénith... (On passe cependant de l'un à l'autre par rotation d'angle $(90^\circ - \varphi)$).

En tenant compte de l'arc semi diurne pris sur le scaphée, la surface hectémoréale²⁷ a pour équation :

$$\tan D = \cot \varphi \cos(nL)$$

et grâce aux coordonnées sphériques du point de l'hectémorie sur la sphère :

$$\cos(nL) = \tan \varphi \frac{\pm z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \text{et} \quad \cos L = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

La formule A_{xyz} est celle des surfaces hectémoréales issues du scaphée. C'est une avancée *très importante*.

Il est nécessaire à ce stade, de faire remarquer que prendre pour arc semi diurne celui de la relation $\cos H_0 = \tan \varphi \tan \delta$, c'est sous-entendre que la *projection centrale* a été appliquée à tout point de l'arc diurne de la sphère céleste. C'est alors considérer l'arc diurne²⁸ sur le scaphée, et par conséquent, tout point de cet arc diurne de déclinaison δ . On peut ainsi utiliser n'importe quel point de la sphère : toute équation issue de cet arc semi diurne intègrera cette transformation. C'est la raison pour laquelle DAVIES peut manipuler un point de la sphère céleste comme si de rien n'était et parler indifféremment du scaphée sans contradiction (à condition de conserver la relation $\cos H_0 = \tan \varphi \tan \delta$). C'est par exemple le cas du point tangent G ; DAVIES le « prend » sur la sphère alors que le plan tangent est tangent au scaphée (au point diamétralement opposé ; cf. commentaire §XXIV)...

Commentaires §XXII et §XXIII.

La section XXII concerne les transformations de coordonnées permettant de passer des surfaces hectémoréales sur le scaphée, aux lignes horaires temporaires sur le plan tangent. La section XXIII concerne l'équation polaire des hectémories sur ce même plan tangent. Comme on proposera dans les *suppléments* l'équation polaire de chaque courbe hectémoréale, on discutera plus particulièrement ici du changement de repère opéré par DAVIES conduisant ensuite à l'équation polaire.

Effectuons d'abord notre propre raisonnement conduisant au système de transformation des coordonnées utilisées, puis explicitons les directions des axes du repère dans le plan tangent en un point fixe de la sphère céleste en faisant le lien avec la gnomonique, et comparons enfin avec ce que propose DAVIES.

a) Plaçons un point $G(\ell; \lambda)$ sur la surface de la sphère céleste²⁹. Par ce point, DAVIES fait passer un axe Oz' de telle sorte qu'il soit normal au plan tangent à la sphère en ce même

²⁶ J. DRECKER, *ubi sup.*, Chapitre II (*Allgemeine Natur der Stundenlinien*), page 18.

²⁷ Cf. la partie supplément, n°II-b.

²⁸ Le supplémentaire de l'arc semi diurne sur la sphère : $H_0^{\text{scaphée}} = 180 - H_0^{\text{sphère}}$.

²⁹ La lettre G remplace la lettre P utilisée dans la traduction pour éviter de confondre avec le pôle nord P qui apparaît dans cette étude dans les figures PDF 3D. D'ailleurs c'est la lettre utilisée pour le cône tangent au scaphée, alors autant la conserver.

point. Conservons-le et construisons un trièdre direct $Ox'y'z'$ de telle sorte que Ox' soit perpendiculaire à Oz' et placé dans le même plan horaire que G . L'axe Oy' est alors perpendiculaire au plan $Ox'z'$. La suite des rotations la plus courte conduisant à $Ox'y'z'$ est la suivante :

1) Effectuons une rotation de l'axe Ox autour de Oz d'un angle ℓ dans le sens direct (imposé par le repère). La matrice de rotation correspondante est :

$$R_z(+\ell) = \begin{pmatrix} \cos \ell & \sin \ell & 0 \\ -\sin \ell & \cos \ell & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

On obtient le trièdre direct Ox_1y_1z (Pour comparer à la figure de DAVIES, on amène juste le point X au point L).

2) Effectuons ensuite une rotation de l'axe Oz autour de Oy_1 de sorte que $Oz_1 = (OG)$ (on amène Z en G). La matrice de rotation correspondante est (puisque $\lambda = \angle OL, OG = +\angle Ox_1, OG$) :

$$R_{y_1}(+\bar{\lambda}) = \begin{pmatrix} \cos \bar{\lambda} & 0 & -\sin \bar{\lambda} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \bar{\lambda} & 0 & \cos \bar{\lambda} \end{pmatrix}.$$

On obtient le trièdre direct $Ox_2y_1z_2$ que l'on appellera par la suite $Ox'y'z'$.

Par conséquent, si \vec{u} et \vec{u}' sont des vecteurs dont les coordonnées sont définies respectivement dans le repère $Ox'y'z'$ et $Oxyz$, alors par transitivité :

$$\begin{aligned} \vec{u}' &= R_{y_1}(\bar{\lambda}).R_z(\ell) \vec{u} \\ \vec{u}' &= Q \vec{u} \end{aligned}$$

Formule générale qui n'exprime pas autre chose qu'une relation de passage entre les nouvelles et les anciennes coordonnées. Or, nous voulons les anciennes coordonnées en fonction des nouvelles afin d'effectuer une substitution conduisant à faire le tracé des hectémories dans le plan du cadran. On aura très simplement à appliquer la transposée de Q (${}^tQQ = Id$) :

$$\vec{u} = {}^tQ \vec{u}'$$

Avec :

$${}^tQ = \begin{pmatrix} \sin \lambda \cos \ell & -\sin \ell & \cos \lambda \cos \ell \\ \sin \lambda \sin \ell & \cos \ell & \cos \lambda \sin \ell \\ -\cos \lambda & 0 & \sin \lambda \end{pmatrix}.$$

On vérifiera que lorsque le point tangent est au pôle, ${}^tQ = Id$ et donc $\vec{u} = \vec{u}'$, les axes sont

inchangés. Lorsque G est sur l'équateur, $\begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = -x' \end{cases}$.

On peut constater une différence entre les signes de certains éléments de la matrice tQ et de la matrice de transformation de DAVIES. En page 106 des *Transactions*, le lecteur peut de toute façon déjà observer des coquilles de l'imprimeur dans les signes entre le tableau

des neuf cosinus directeurs et les relations récapitulatives qui suivent. La matrice de transformation des coordonnées que devrait trouver DAVIES est celle-ci³⁰ :

$${}^tQ_{Davies} = \begin{pmatrix} \sin \lambda \cos \ell & \sin \ell & \cos \lambda \cos \ell \\ \sin \lambda \sin \ell & -\cos \ell & \cos \lambda \sin \ell \\ \cos \lambda & 0 & -\sin \lambda \end{pmatrix}.$$

On observera que DRECKER³¹ reproduit le système de transformation des coordonnées tel qu'il est imprimé dans les *Transactions*. On a procédé de même dans la traduction française, et ce commentaire, présentement, ne peut pas être négligé.

La transformation finale du changement de repère qui consiste à déplacer l'origine du repère en O' , se résume par la relation vectorielle :

$$\vec{u}' = {}^tQ \vec{u} + \overrightarrow{OO'},$$

avec, et c'est clairement annoncé, $\overrightarrow{OO'} = (0, 0, a \cdot \operatorname{cosec} \lambda)$. (Rappelons que O' est l'intersection du plan tangent en G à la sphère avec l'axe des pôles Oz).

b) La figure en page 105 des *Transactions*, a été reconstitué façon « moderne » dans la traduction proposée dans Cadran-Info n°21 (mai 2010, p. 44). C'était un tort, ou plutôt il aurait fallu laisser de côté cette première interprétation et ne pas en faire mention dans la traduction... Si on observe bien la figure de DAVIES, le point tangent P par lequel passe l'axe Oz' est bel bien situé en dessous du plan équatorial (latitude négative). Je ne m'explique pas cette façon de procéder de DAVIES, alors que l'indispensable changement de repère s'effectue avec une simplicité déconcertante. On peut tenter d'expliquer qu'un tel choix viendrait probablement de ce que DAVIES parte du plan tangent sur le scaphée de telle sorte que l'axe Ox' soit dirigé vers le nord, la normale au plan tangent soit Oz' ; ensuite il considère le point diamétralement opposé (le point P) pour « travailler » et revenir sur la sphère. Ce n'est pas entièrement satisfaisant. Les explications fournies par DAVIES quant au choix de l'intersection du plan tangent avec Oz ont pour prétexte un souci de symétrie. Il aurait été bien plus simple de dire que ce choix était prioritaire au regard de la pratique gnomonique. En effet, par rapport au plan du cadran, il se trouve que OO' est le style polaire et OG le style droit associé (et la direction d'observation) assurant la lecture des heures temporaires ! Le choix est par conséquent bien forcé... Le changement de repère amène donc l'axe des surfaces hémisphériques sur un axe parallèle au style droit : $(OG) // (Oz')$.

Dans le raisonnement *a)*, les axes Ox_2 (ou Ox') et Oy_2 (ou Oy') sont opposés à ceux de DAVIES, mais ils n'en restent pas moins dans le plan du cadran lorsqu'on fera $z' = 0$. Pour fixer les idées, si ℓ et λ sont dans le premier cadran sphérique positif relativement au repère $Oxyz$, alors Oz' sera bien sûr normal au plan tangent en $G(\ell; \lambda)$, Ox' sera orienté vers le « bas » (c'est-à-dire vers l'hémisphère austral) et Oy' sera orienté du côté où ℓ est positif (donc côté « est », si $0 \leq \ell < 180^\circ$). Il faudra ensuite faire le lien entre l'orientation conventionnelle d'un cadran plan en gnomonique (inclinaison et déclinaison sur la sphère locale) et les angles ℓ et λ . Cela n'est pas aussi intuitif, sans compter qu'il va falloir imaginer le plan parallèle et opposé à G afin de considérer le scaphée centrée sur l'extrémité

³⁰ Si on adopte les axes Oz' , Oy' et Ox' de DAVIES, on doit d'abord effectuer une rotation de $-(\pi - \ell)$ autour de Oz , puis une rotation de $-(\frac{\pi}{2} + \lambda)$ autour de Oy' : on sera alors en accord avec les axes de la figure. En effectuant nos propres calculs à partir de son graphique et du calcul des neuf cosinus directeurs à partir des triangles sphériques rectangles, on observe des erreurs de signe dans le tableau page 106. Ensuite, seule une erreur de signe apparaît dans la matrice de rotation proposée par DAVIES (le signe du terme q_{33}) – en réalité son système de transformation des anciennes coordonnées en fonction des nouvelles. Pour ce qui nous concerne, on adoptera une vision moderne et en comparaison nettement plus simple si adopte des repères directs.

³¹ J. DRECKER, *ubi sup.*, chapitre II : la page 19 (Elle comporte aussi quelques erreurs typographiques dans les formules).

du gnomon droit et « au-dessus » du cadran, comme cela s'effectue habituellement en gnomonique ; c'est l'objet du commentaire §XXIV qui résout entièrement cette affaire de plan tangent.

Remarque : la forme normale de l'équation du plan tangent en G à la sphère est $\cos \ell \cos \lambda x + \sin \ell \cos \lambda y - \sin \lambda z = a$, avec a le rayon de la sphère.

Commentaire §XXIV.

DAVIES, dont le but n'est pas de discuter des différents cadrans d'heures temporaires, donne malgré tout l'équation polaire pour tout cadran nord et sud (quel que soit λ) et se contente de donner les valeurs numériques des paramètres des cadrans de la « Tour des vents » à Athènes, des quatre cadrans de Phèdre puis du cadran horizontal. Il est nécessaire d'examiner les valeurs numériques fournies par DAVIES.

Nous avons discuté précédemment de la signification des coordonnées $(\ell; \lambda)$. Il est utile maintenant d'établir de façon univoque la correspondance entre le groupe $(\ell; \lambda)$ sur le scaphée et le groupe gnomonique $(d; i)$ sur la sphère céleste³².

Afin de bien comprendre comment se réalise cette correspondance, il faut partir du point tangent $G(\ell; \lambda)$ sur le scaphée et considérer le point $G_1(\ell_1; \lambda_1)$ qui lui est diamétralement opposé (G_1 est sur la sphère céleste). On lui définit alors sur la sphère une longitude ℓ_1 (c'est un angle horaire) et une déclinaison λ_1 , coordonnées relatives au pôle nord céleste P . Relativement à l'horizon de pôle le zénith Z , les coordonnées de G_1 seront $(d; i)$. En d'autres termes, c'est comme si l'on déplaçait le plan tangent en G parallèlement à lui-même jusqu'en G_1 (sans changer la face du plan recevant les différentes projections centrales. Cf. commentaire XXI), puis que l'on cherche la déclinaison et l'inclinaison gnomonique associées à ce plan. Le passage du groupe de coordonnées $(\ell; \lambda)$ à $(\ell_1; \lambda_1)$, puis à $(d; i)$ est alors assuré.

Le triangle de position PZG_1 sur la sphère céleste (en figure 6) permet d'établir facilement les relations de passage entre ces deux groupes. Les formules de transformation des coordonnées sont données dans les tableaux A et B suivants.

A) Scaphée \Leftrightarrow Sphère $(\ell; \lambda) \longrightarrow (\ell_1; \lambda_1) \longrightarrow (d; i)$

On transforme d'abord $(\ell; \lambda)$ en $(\ell_1; \lambda_1)$:
$$\begin{cases} \ell_1 = -\ell \\ \lambda_1 = -\lambda \end{cases}$$

Puis on applique les formules :
$$\begin{cases} \tan d = \frac{\sin \ell_1}{\sin \varphi \cos \ell_1 - \cos \varphi \tan \lambda_1} \\ \sin i = \sin \varphi \sin \lambda_1 + \cos \varphi \cos \lambda_1 \cos \ell \end{cases}$$

Attention : - faire $d - 180^\circ$ lorsque $90^\circ < \ell < 180^\circ$;
 - faire $d + 180^\circ$ lorsque $-180^\circ < \ell < -90^\circ$.

³² Davies ne donne pas cette correspondance qui n'est pourtant pas du tout triviale ; elle est même indispensable pour passer d'un système de coordonnées à l'autre, et par exemple pour tracer les cadrans de la Tour des Vents. Rappelons les conventions habituelles en gnomonique moderne : « d » est la déclinaison gnomonique d'un plan quelconque (angle entre le plan méridien et la normale au cadran), et « i » est l'inclinaison de la normale du plan du cadran sur l'horizon. Cf. figure 6. Il est utile de rappeler : $-180^\circ < d \leq 180^\circ$, $-180^\circ < \ell \leq 180^\circ$ et $-90^\circ \leq \lambda \leq 90^\circ$.

B) Sphère \Rightarrow Scaphée
 $(d; i) \longrightarrow (\ell_1; \lambda_1) \longrightarrow (\ell; \lambda)$

On calcule d'abord $(\ell_1; \lambda_1)$ à partir des formules :
$$\begin{cases} \tan \ell_1 = \frac{\sin d}{\sin \varphi \cos d + \cos \varphi \tan i} \\ \sin \lambda_1 = \sin \varphi \sin i - \cos \varphi \cos i \cos d \end{cases}$$

puis, sur le scaphée, les coordonnées sont :
$$\begin{cases} \ell = -\ell_1 \\ \lambda = -\lambda_1 \end{cases}$$

Attention : - faire $\ell = -(\ell_1 + 180^\circ)$ lorsque $90^\circ < d < 180^\circ$;
 - faire $\ell = -(\ell_1 - 180^\circ)$ lorsque $-180^\circ < d < -90^\circ$.

On s'est donc servi des formules de transformation pour calculer les coordonnées du point tangent G sur le scaphée à partir des paramètres gnomoniques de ces cadrans. Le tableau suivant regroupe les valeurs numériques des cadrans de la TOUR DES VENTS. Pour les cadrans Nord-Est et Nord-Ouest, les valeurs de l'angle ℓ de DAVIES ne concordent pas avec celles trouvées par la trigonométrie sphérique. L'erreur est difficile à expliquer.

Nature du cadran	Point Tangent sur le Scaphée	Coordonnées $(\ell; \lambda)$ (Position du point tangent sur le scaphée)	Coordonnées $(\ell_1; \lambda_1)$ (Position diamétralement opposée sur la sphère Céleste)	Paramètres gnomoniques $(d; i)$
PLEIN SUD	I' (au-dessus de l'équateur nord)	$\begin{cases} \ell = 0^\circ \\ \lambda = 90^\circ - \varphi \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = 0^\circ \\ \lambda_1 = -(90^\circ - \varphi) \end{cases}$	$\begin{cases} d = 0^\circ \\ i = 0^\circ \end{cases}$
SUD-OUEST		$\begin{cases} \ell = -58^\circ 40' 06.81'' \\ \lambda = +34^\circ 07' 26.33'' \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = +58^\circ 40' 06.81'' \\ \lambda_1 = -34^\circ 07' 26.33'' \end{cases}$	$\begin{cases} d = 45^\circ \\ i = 0^\circ \end{cases}$
PLEIN OUEST	<i>Est</i>	$\begin{cases} \ell = 90^\circ \\ \lambda = 0^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = -90^\circ \\ \lambda_1 = 0^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} d = 90^\circ \\ i = 0^\circ \end{cases}$
NORD-OUEST		$\begin{cases} \ell = -121^\circ 19' 53.2'' \\ \lambda = -34^\circ 07' 26.33'' \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = 121^\circ 19' 53.2'' \\ \lambda_1 = 34^\circ 07' 26.33'' \end{cases}$	$\begin{cases} d = 135^\circ \\ i = 0^\circ \end{cases}$
PLEIN NORD	I' (au-dessous de l'équateur sud)	$\begin{cases} \ell = 180^\circ \\ \lambda = -(90^\circ - \varphi) \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = -180^\circ \\ \lambda_1 = 90^\circ - \varphi \end{cases}$	$\begin{cases} d = 180^\circ \\ i = 0^\circ \end{cases}$
NORD-EST		$\begin{cases} \ell = 121^\circ 19' 53.2'' \\ \lambda = -34^\circ 07' 26.33'' \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = -121^\circ 19' 53.2'' \\ \lambda_1 = +34^\circ 07' 26.33'' \end{cases}$	$\begin{cases} d = -135^\circ \\ i = 0^\circ \end{cases}$
PLEIN EST	<i>Ouest</i>	$\begin{cases} \ell_1 = -90^\circ \\ \lambda_1 = 0^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = 90^\circ \\ \lambda_1 = 0^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} d = -90^\circ \\ i = 0^\circ \end{cases}$
SUD-EST		$\begin{cases} \ell = 58^\circ 40' 06.81'' \\ \lambda = 34^\circ 07' 26.33'' \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = -58^\circ 40' 06.81'' \\ \lambda_1 = -34^\circ 07' 26.33'' \end{cases}$	$\begin{cases} d = 0^\circ \\ i = 0^\circ \end{cases}$

On trouvera dans les *Suppléments* la reproduction des cadrans SUD, SUD-EST, EST, NORD-EST et NORD, (les cadrans SUD-OUEST, OUEST, NORD-OUEST se déduisant facilement de ces derniers, il n'a pas été utile de les dessiner). Les hectémories ont été représentées d'un extrémité à l'autre (et donc sur une demi période), et les cadrans sont « observés » dans la direction normale au cadran correspondant au gnomon droit OG (l'observateur « voit » donc le cadran depuis le point diamétralement opposé G_1).

Pour les cadrans de PHÈDRE, qui sont des cadrans verticaux déclinants, les valeurs des déclinaisons sont celles fournies par DELAMBRE³³. L'application de notre formulaire B mène à des valeurs $(\ell; \lambda)$ qui diffèrent de celles données par DAVIES. S'agit-il d'erreurs de calcul ? C'est probable au vu des faibles écarts constatés (de l'ordre de 4' à 25' d'angle). Voici ce que l'on trouve par le calcul :

Table des valeurs numériques des coordonnées du point tangent G et des paramètres gnomoniques des cadrans de PHÈDRE.

Nature du cadran	Paramètres gnomoniques. $(d; i)$	Coordonnées $(\ell_1; \lambda_1)$ sur la sphère Céleste	Coordonnées $(\ell; \lambda)$ sur le Scaphée
SUD EST	$\begin{cases} d = -46^\circ 11' 50'' \\ i = 0^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = -59^\circ 43' 19.2'' \\ \lambda_1 = -33^\circ 18' 29.4'' \end{cases}$	$\begin{cases} \ell = 59^\circ 43' 19.2'' \\ \lambda = 33^\circ 18' 29.4'' \end{cases}$
SUD-OUEST	$\begin{cases} d = 46^\circ 11' 50'' \\ i = 0^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = +59^\circ 43' 19.2'' \\ \lambda_1 = -33^\circ 18' 29.4'' \end{cases}$	$\begin{cases} \ell = -59^\circ 43' 19.2'' \\ \lambda = +33^\circ 18' 29.4'' \end{cases}$
SUD EST	$\begin{cases} d = -39^\circ 10' 24'' \\ i = 0^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = -53^\circ 14' 08.4'' \\ \lambda_1 = -37^\circ 57' 16.9'' \end{cases}$	$\begin{cases} \ell = 53^\circ 14' 08.4'' \\ \lambda = 37^\circ 57' 16.9'' \end{cases}$
SUD-OUEST	$\begin{cases} d = 39^\circ 10' 24'' \\ i = 0^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = +53^\circ 14' 08.4'' \\ \lambda_1 = -37^\circ 57' 16.9'' \end{cases}$	$\begin{cases} \ell = -53^\circ 14' 08.4'' \\ \lambda = +37^\circ 57' 16.9'' \end{cases}$

On trouvera dans les *Suppléments* §III la reproduction de ces quatre cadrans remarquables.

À propos du cadran horizontal (alinéa 4 du paragraphe XIV), Davies propose $\lambda = 180^\circ - I$. Soit. Or, dès le premier paragraphe, I est l'inclinaison de l'équateur sur l'horizon, donc en clair $I = 90^\circ - \varphi$, et par conséquent $\lambda = 90^\circ + \varphi$. Il y a bien évidemment une erreur, sauf si $I = \varphi$; ce qui est contradictoire, l'angle I ne peut pas changer de définition. Pour obtenir un cadran horizontal, il faut prendre $\lambda = -\varphi$, ce qui amène le point équatorial nord sur le Nadir (le point G du plan tangent), ou encore, si l'on est sur la sphère céleste, $\lambda_1 = \varphi$, ce qui amène l'opposé du point tangent sur le Zénith. Dans tous les cas, le plan tangent ainsi placé en $G(0^\circ; -\varphi)$ (ou $G_1(0^\circ; \varphi)$) est parallèle au cercle horizon. On représentera dans les suppléments un cadran horizontal avec l'intégralité des hectémories³⁴.

Une autre erreur apparaît à l'alinéa 5, pour le cadran plein nord. Il est donné $\lambda = 270^\circ - I$. C'est-à-dire $\lambda = 180^\circ + \varphi$, toujours d'après la définition de l'angle I . Ce qui est inexact. Par rapport au scaphée, le plan vertical nord est perpendiculaire au cercle horizon et est tangent au point horizon Sud. La projection centrale des hectémories sur le scaphée

³³ DELAMBRE, H.A.A., chapitre XXVII, « *Cadrans de Phaedre à Athènes* », pages 505-506 et figure 139.

³⁴ Il est important de noter qu'un dessin d'un cadran solaire horizontal comportant les hectémories tracées sur une demi-période, avec le cercle hectémoréal limite (pris pour $\delta = 60^\circ$), apparaît pour la première fois dans *Gnomonik der Araber* (Die Geschichte der Zeitmessung und der Uhren, herausgegeben von Ernst von Bassermann-Jordan, Band. I, Lieferung F, 1923), figure 8, page 29, de K. Schoy.

donnera les lignes hectémoréales sur ce plan. Les coordonnées $(\ell; \lambda)$ du point tangent seront $G(180^\circ; -(90^\circ - \varphi))$ (et le point sur la sphère céleste permettant d'appliquer les formules de transformation des coordonnées (tableau B) sera $G(180^\circ; (90^\circ - \varphi))$).

Pour ces derniers cadrans, on trouvera les groupes de coordonnées $(\ell; \lambda)$ et $(d; i)$ dans le commentaire suivant.

Commentaires §XXV à XXX

Davies commente ensuite les cadrans particuliers comme le cadran polaire, les cadrans plein est et plein ouest. Pour chacun d'eux, il donne l'équation polaire permettant le tracé des hectémories, et renvoi le lecteur (à nouveau) aux figures de CADELL. Il explique en particulier (cf. §XXVI) les raisons qui ont empêché CADELL de pousser plus en avant l'étude analytique des hectémories et qui l'ont orienté vers la voie graphique faisant de lui le premier à fournir un véritable aperçu des courbes hectémoréales dans leur généralités et une représentation de la nappe d'ombre (cône ondulée ou surface hectémoréale) pour l'hectémorie III.

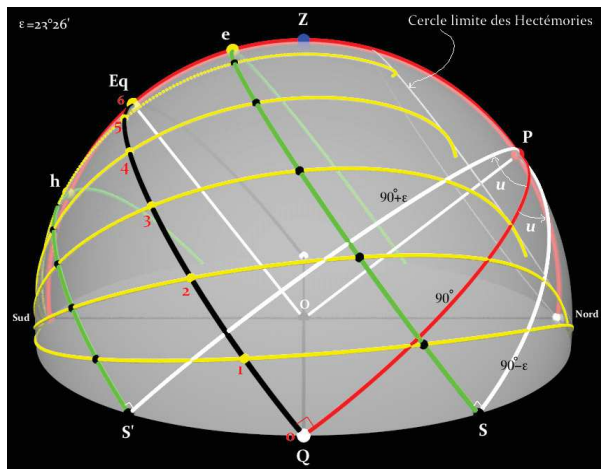
Le tableau suivant regroupe ces types de cadrans et les coordonnées de leur point tangent à la sphère. On trouvera dans le supplément §III-c les figures de ces cadrans avec leurs lignes d'heures inégales.

Table des valeurs numériques des coordonnées du point tangent G et des paramètres gnomoniques d'autres cadrans remarquables.

Nature du cadran	Paramètres gnomoniques. $(d; i)$	Coordonnées $(\ell_1; \lambda_1)$ sur la sphère Céleste	Coordonnées $(\ell; \lambda)$ sur le Scaphée
HORIZONTAL	$\begin{cases} d = 0^\circ \\ i = 90^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = 0^\circ \\ \lambda_1 = \varphi \end{cases}$	$\begin{cases} \ell = 0^\circ \\ \lambda = -\varphi \end{cases}$
POLAIRE	$\begin{cases} d = 0^\circ \\ i = 90^\circ - \varphi \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = 0^\circ \\ \lambda_1 = 0^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} \ell = 0^\circ \\ \lambda = 0^\circ \end{cases}$
POLAIRE QUELCONQUE	$\begin{cases} d = 45^\circ \text{ (exemple)} \\ i = 90^\circ - \varphi \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = 26^\circ 46' 28.5'' \\ \lambda_1 = 8^\circ 07' 55.7'' \end{cases}$	$\begin{cases} \ell = -26^\circ 46' 28.5'' \\ \lambda = -8^\circ 07' 55.7'' \end{cases}$
ÉQUATORIAL INF./SUP.	$\begin{cases} d = 0^\circ \\ i = -\varphi \end{cases}$	$\begin{cases} \ell_1 = 0^\circ \\ \lambda_1 = \mp 90^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} \ell = 0^\circ \\ \lambda = \pm 90^\circ \end{cases}$

Le paragraphe XXX est réservé (enfin) au cadran cylindrique ou il est rappelé que les hectémories sont des courbes sinusoïdales dans le plan développé du cylindre (voir aussi le commentaire §XIII). Elles ne sont pas autre chose que les intersections des surfaces hectémoréales avec la surface du cylindre. Ce résultat était déjà avancé et justifié par CADELL. Terminons en soulignant qu'il s'agit des cônes sinusoïdaux issus de « l'ombre », c'est-à-dire ceux qui dessinent les hectémories sur le scaphée (et non celles sur la sphère céleste comme le fait MICHNIK).

Figures des Commentaires et Analyses.



▲ **Figure 1** - Différence ascensionnelle u .
(DELAMBRE – H.A.A., Tome II, Pl.10, reproduction de la figure n°123)

Figure 2 – Coordonnées d'un point de l'hectémorie sur la Sphère Céleste. ►

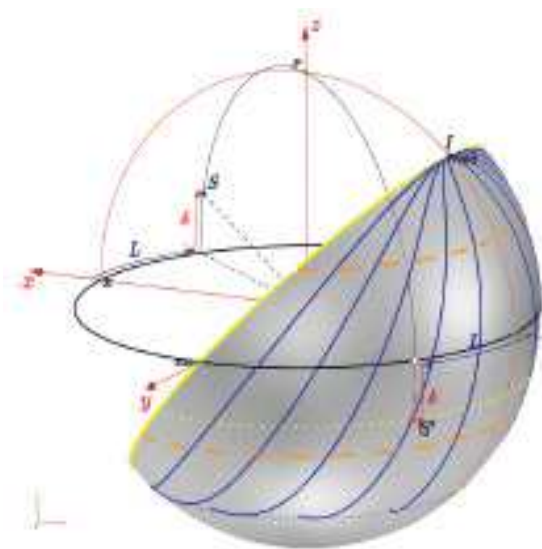
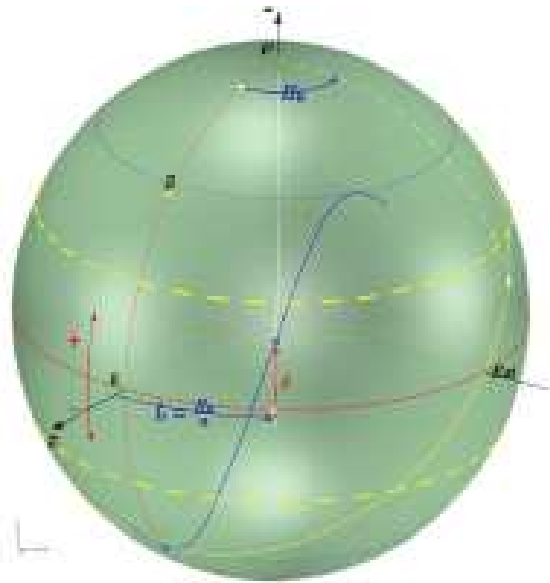


Figure 3 – Coordonnées sur la surface du scaphé.

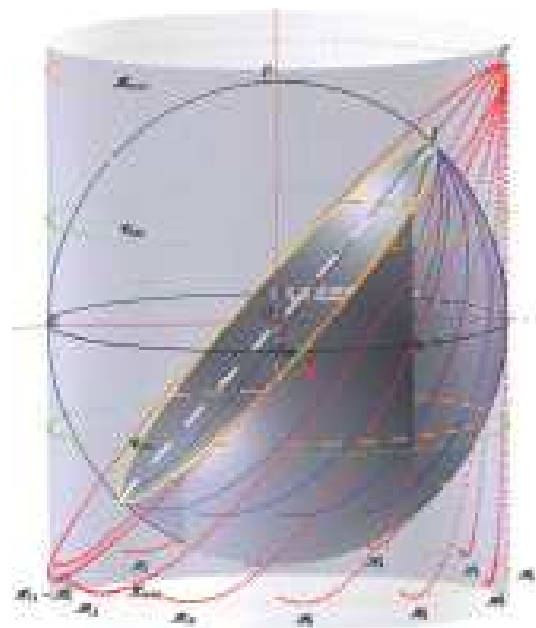
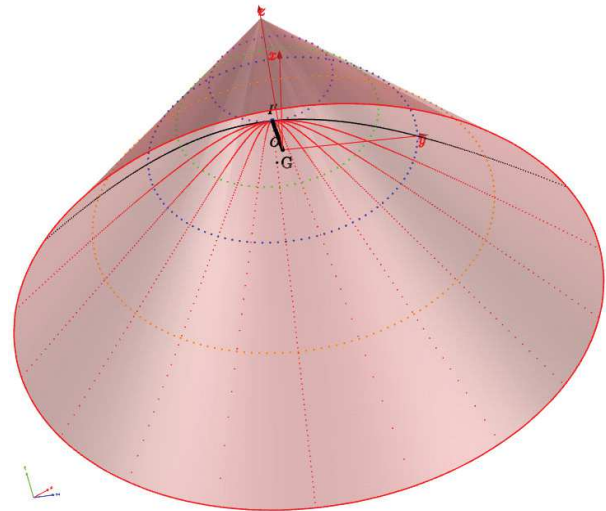
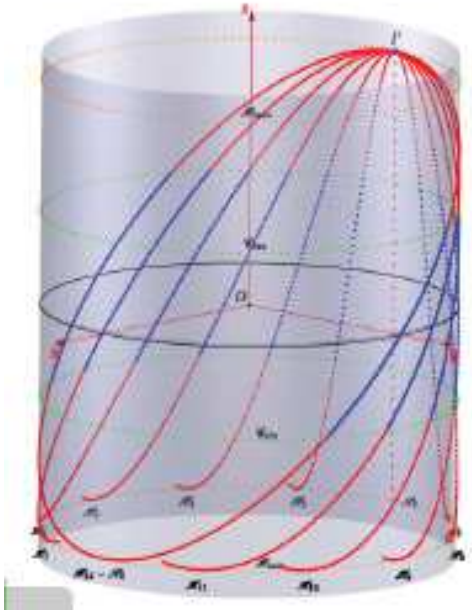
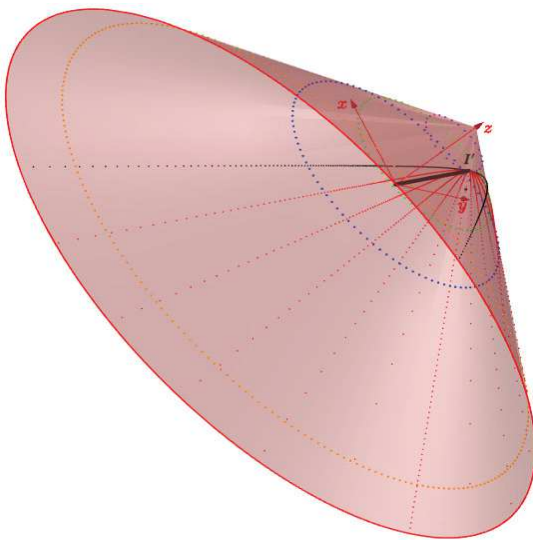


Figure 4a – Cylindre tangent à l'équateur du scaphé.



▲ **Figure 5a** – Cône polaire : $\lambda = 36^{\circ}30'$.
 (Ref. Gibbs, 3001G, p.220, plate 26 – Athènes, Grèce).

◀ **Figure 4b** – Cylindre tangent à l'équateur de la
 sphère céleste (ou du scaphé).



▲ **Figure 5b** – Cône polaire : $\lambda = 51^{\circ}20'$.
 (Ref. Gibbs, 3027G, p.247, plate 54 – Delos, Grèce).

Figure 5c – Cône polaire : $\lambda = 10^{\circ}$.
 (Ref. Gibbs, 3065G, p.286– Pompéi, Italie). ▶

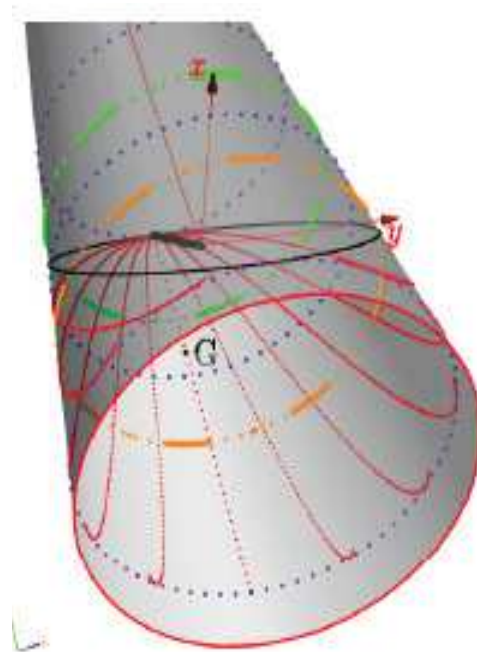
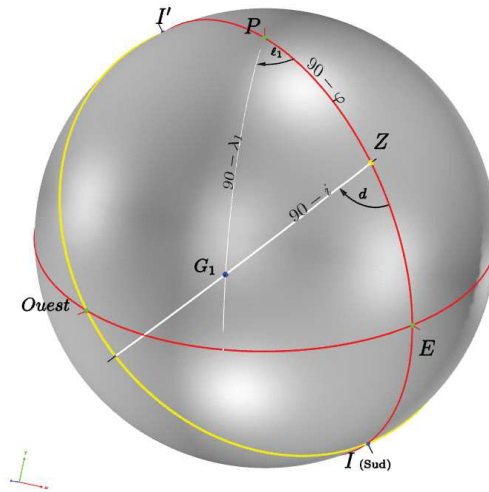


Figure 6 – Triangle de position PZG_1 pour le passage du groupe de coordonnées $(\ell; \lambda)$ à $(d; i)$ et vice versa.



Suppléments

Supplément I. Tracé des lignes horaires temporaires sur la surface de la sphère.

a) Les coordonnées 3D d'un point de l'hectémorie sphérique.

Si δ est la déclinaison du soleil, L la longitude d'un point de l'hectémorie compté depuis le méridien (ou angle horaire), puis, si φ est la latitude du lieu du cadran, R le rayon de la sphère, alors un point de la courbe hectémoréale sur la sphère céleste aura pour coordonnées :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} -\sin L \cos \delta \\ \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos L \\ \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos L \end{bmatrix} \quad (I_0)$$

Posons tout de suite les intervalles d'existence des quantités φ, L et δ :

- $\varphi \in]-90^\circ; 90^\circ[$, elle sera fixée définitivement lorsqu'un lieu aura été choisi. Dans tous les graphiques qui suivent, et sauf mention contraire, $\varphi = 43^\circ 43' N$.
- $L \in [0^\circ; 360^\circ[$, (mais il n'est pas exclu de devoir faire plusieurs tours ($k \times 360^\circ$) selon la période de l'hectémorie).
- $\delta \in]-90^\circ; 90^\circ[$ dans le cadre très général de l'étude des courbes hectémoréales.

Pour un cadran solaire, bien sûr, $\delta \in [-\varepsilon; +\varepsilon]$ avec $\varepsilon = 23^\circ 26'$.

Insistons sur le fait que les variables L et δ se sont pas séparées, ni séparables, pour les lignes horaires temporaires.

b) Tracé complet pour différentes valeurs de k.

La portion du petit cercle de la sphère parallèle à l'équateur céleste, comprise du lever au coucher du soleil, appelé arc diurne, est découpée en $2n$ parties égales. On calcule la valeur principale de l'arc semi-diurne (équivalent à angle horaire du lever du soleil par exemple), puis on découpe cet angle en n parties égales qui vont constituer les premières heures temporaires du jour ; on complète par symétrie pour l'après-midi.

Dans les figures suivantes, où l'on a pris $n = 6$ et $k \in [0; 6]$, on a dessiné en jaune sur la sphère oblique la courbe hectémoréale d'équation: $\tan \delta = -\tan(90^\circ - \varphi) \cos\left(\frac{k}{n} L\right)$. Les courbes hectémoréales sont, sur la sphère céleste, des sinusoides sphériques de période³⁵

³⁵ L'expression générale de la période est : $T = 2\pi \cdot \frac{k}{n}$.

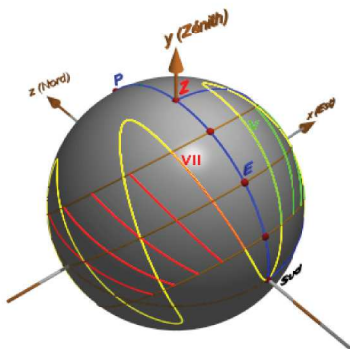
$T = k \times \frac{\pi}{3}$. Le numéro de la ligne temporaire comptée depuis le lever est $(6 - k)$ heure avec $k \in [-6;6]$. Pour que le tracé soit complet, il suffit de s'imaginer un fil de laine que l'on enroule sur la sphère jusqu'à ce qu'il revienne exactement sur lui-même. Ainsi, si on restreint k dans l'intervalle $[0;6]$, la sinusoïde sphérique, pour être complète, doit effectuer seulement 1 tour pour $k=1, 2, 3$ et 6, puis 2 tours pour $k=4$ et 5 tours pour $k=5$.

À chaque sinusoïde sphérique entièrement dessinée correspond deux heures temporaires symétriques par rapport au méridien du lieu. Ainsi, on a représenté sur la sphère toutes les heures temporaires, mais limités aux colures des solstices, avec en vert, celles du matin, et en rouge, celles de l'après-midi, ce qui facilite la compréhension de la courbe hectémoréale sur le dessin.

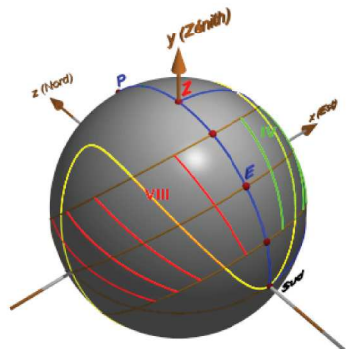
Pour $k = 0, n \rightarrow \infty$: la sinusoïde sphérique est réduite à l'arc méridien (VI^e heure temporaire) et pour $k = 6$, la sinusoïde sphérique est réduite au cercle horizon. Ce sont les seuls cas où la sinusoïde sphérique est un arc de grand cercle de la sphère.

On observera que toutes les hectémories sphériques passent par un point fixe qui est l'intersection du cercle horizon avec le cercle méridien (point Sud local), c'est-à-dire le pôle du premier vertical.

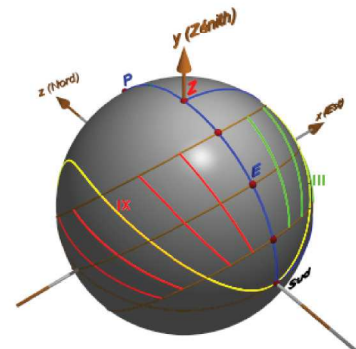
Après ces rappels (ou répétitions) non inutiles, on obtiendra le tracé d'une hectémorie complète en calculant d'abord la déclinaison, $\delta = \arctan[-\tan(90^\circ - \varphi) \cos(\frac{6}{k} L)]$ en faisant varier L entre 0° et $k \times 360^\circ$, selon un pas que l'on aura préalablement choisi et enfin en utilisant (I_0) . Mais laissons place maintenant aux figures, qui à elles seules synthétisent merveilleusement la notion de courbe hectémoréale*.



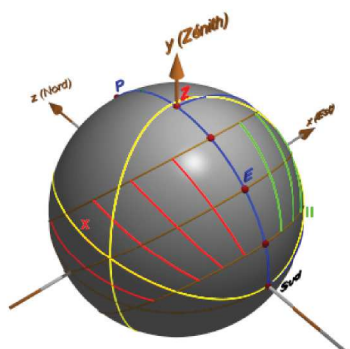
Lignes Temporaires V et VII.
 $k = 1, n = 6, T = \frac{\pi}{3}$



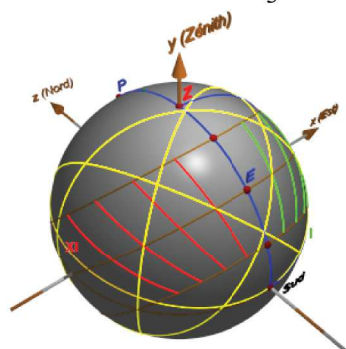
Lignes Temporaires IV et VIII.
 $k = 2, n = 3, T = \frac{2\pi}{3}$



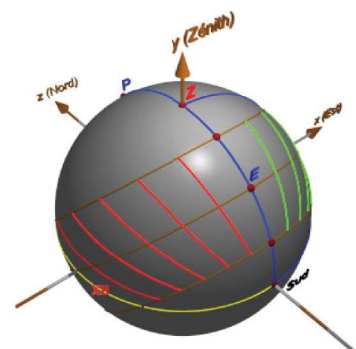
Lignes Temporaires III et IX.
 $k = 3, n = 2, T = \pi$



Lignes Temporaires II et X.
 $k = 4, n = \frac{3}{2}, T = \frac{4\pi}{3}$



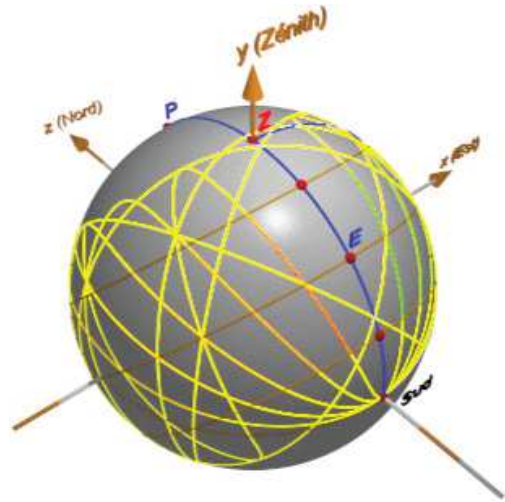
Lignes Temporaires I et XI.
 $k = 5, n = \frac{6}{5}, T = \frac{5\pi}{3}$



Lignes Temporaires 0 et XII.
 $k = 6, n = 1, T = 2\pi$
(Cercle horizon)

* Le repère dessiné n'est pas celui utilisé par DAVIES...

A droite, réseau complet des courbes hectémoréales sur la sphère céleste. Les sinusoides sphériques sont limitées par les petits cercles parallèles à l'équateur et de déclinaison $-(90^\circ - \varphi)$ et $(90^\circ - \varphi)$.



c) Tracé limité aux colures des solstices pour différentes valeurs de k.

Afin de limiter la courbe à la partie réellement utile, celle qui se trouve entre les colures des solstices comme on a pu l'observer dans les figures précédentes, on calcule d'abord la longitude d'un point sur l'arc semi-diurne de déclinaison donnée :

$$L = \frac{k}{6} \cdot \arccos(-\tan \varphi \tan \delta)$$

Avec $k \in [0;6]$. Puis on utilise les coordonnées (I_0) en faisant varier δ dans son intervalle de définition selon un pas que l'on s'est choisi au préalable. Se donner k , c'est fixer la $(6-k)$ -ième heure temporaire du matin ou la $(6+k)$ -ième heure de l'après-midi. Le tableau suivant établit les correspondances entre k , n et la chiffraine de l'heure temporaire :

Valeurs de k (c'est aussi l'heure temporaire comptée depuis midi)		6	5	4	3	2	1	0
Valeurs de n		1	6/5	3/2	2	3	6	∞
n° de l'heure temporaire	<i>Matin</i> (6 - k)	0 (lever)	I	II	III	IV	V	VI (midi)
	<i>Après-midi</i> (6+k)	XII (coucher)	XI	X	IX	VIII	VII	VI (midi)

Supplément II. À propos des Surfaces et des Courbes hectémoréales.

a) Rappels

Le commentaire §XXI précise la définition du repère, les coordonnées tridimensionnelles d'un point de l'hectémorie sur la sphère ainsi que l'équation fondamentale. On a successivement, en tenant compte de la projection centrale :

$$1) \tan \delta = \frac{\pm z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad 2) \cos L = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad 3) \sin L = \sqrt{1 - \cos^2 L} = \frac{\pm y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$4) \cos(nL) = \tan \varphi \frac{\pm z}{\sqrt{x^2 + y^2}} .$$

b) Équation générale des surfaces hectémoréales dans le repère Oxyz.

Le changement de variables 1) et 2) conduit à utiliser les coordonnées x , y et z , lesquelles prennent respectivement leur valeurs dans \mathbb{R} tout entier, et par là même conduit à considérer la surface dans \mathbb{R}^3 donnée par la relation 4). Celle-ci fait intervenir le multiple de la longitude L . Or, on sait que $\cos(nL)$ peut être linéarisé en fonction de $\cos(L)$ lorsque n est entier, ce qui n'est pas le cas pour $k = 4, (n = \frac{3}{2})$ et $k = 5, (n = \frac{6}{5})$ ³⁶. Écartons momentanément

³⁶ Il s'agit justement des cas où il est nécessaire d'effectuer plusieurs révolutions sur la sphère pour que l'hectémorie rejoigne le point initial.

ces deux cas et désignons par T_n le polynôme de Tchebychev de première espèce³⁷ d'ordre n ; la relation 4) s'écrit alors :

$$T_n(\cos L) = \tan \varphi \frac{\pm z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

ou encore

$$z = \cot \varphi \sqrt{x^2 + y^2} \cdot T_n(\cos L)$$

C'est-à-dire :

$$z = \cot \varphi \frac{x^n}{(\sqrt{x^2 + y^2})^{n-1}} \cdot \sum_{k=0}^{E(n/2)} (-1)^k C_n^{2k} \left(\frac{y}{x}\right)^{2k}$$

($E(n/2)$ désigne la partie entière de $n/2$, les $C_n^{2k} = \frac{n!}{(2k)!(n-2k)!}$ sont les coefficients binomiaux).

C'est la forme algébrique fondamentale des surfaces hectémoréales dans le repère équatorial $Oxyz$. Il est ainsi aisé de déterminer l'équation de la surface pour chaque valeur entière de n ³⁸ ; le tableau suivant présente les équations des 6 surfaces hectémoréales.

k	$n = \frac{6}{k}$	Équation des surfaces hectémoréales dans le repère $Oxyz$	
∞	0	$z = \pm \cot \varphi \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$	(Ce n'est pas à proprement parler une surface hectémoréale ³⁹)
6	1	$z = \cot \varphi \cdot x$	
3	2	$z = \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cdot \cot \varphi$	
2	3	$z = \frac{x(x^2 - 3y^2)}{x^2 + y^2} \cdot \cot \varphi$	
1	6	$z = \frac{x^6 - y^6 + 15x^2y^2(y^2 - x^2)}{(\sqrt{x^2 + y^2})^5} \cdot \cot \varphi$	
4	$\frac{3}{2}$	$z^2 = \frac{1}{2} \cot^2 \varphi \cdot \left\{ \frac{x^3 + 3xy^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} + x^2 + y^2 \right\} \dots$ (⁴⁰)	
5	$\frac{6}{5}$	$z \tan \varphi \left\{ (2z \tan \varphi)^4 + 5(x^2 + y^2)(1 - \{2z \tan \varphi\}^2) \right\} = \frac{x^6 - y^6 + 15x^2y^2(y^2 - x^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$	

³⁷ Par définition : soit n un entier naturel, il existe un et un seul polynôme noté T_n tel que : $\forall L \in \mathbb{R}, T_n(\cos L) = \cos(nL)$.

³⁸ On aurait pu s'intéresser directement à la division de l'arc semi-diurne en considérant les longitudes $\frac{L}{m}$ (ou $\frac{6L}{k}$). Or, il n'existe pas de relation de linéarisation de $\cos(\frac{L}{m})$ en fonction de $\cos L$ dès que $m > 2$... Le problème de la division de l'arc revient à résoudre une équation polynomiale de degré m : $T_m(x) = \cos(L)$. Outre que ce problème d'algèbre est très difficile, il ne nous aidera pas à trouver l'équation algébrique de la surface hectémoréale.

³⁹ Son intersection avec la sphère céleste donne deux petits cercles : ce sont les cercles de déclinaison $-(90^\circ - \varphi)$ et $(90^\circ - \varphi)$ délimitant les hectémories sphériques, dont on parlait déjà dans le commentaire I.

⁴⁰ Pour opérer dans les cas où n n'est pas un nombre entier, on pose $t = \frac{6}{k}L$, par conséquent : $kt = 6L$, d'où $\cos(kt) = \cos(6L)$, c'est-à-dire : $T_k(\cos t) = T_6(\cos L)$. Il ne reste plus qu'à développer les polynômes de Tchebychev en utilisant les règles ordinaires et en se rappelant que $\cos(t) = \tan \varphi \tan \delta$.

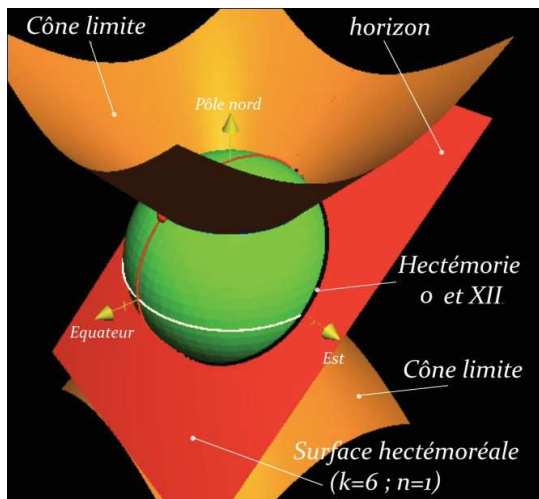
Pour $n=0$, on obtient un cône de sommet le centre du repère, d'axe l'axe des pôles, et d'ouverture $90^\circ - \varphi$. Les surfaces hectémoréales n'existent pas au-delà de ce cône⁴¹, mais s'appuient sur celui-ci pour passer d'un extrémum à l'autre.

Pour $n=1$, la surface est un plan incliné sur le plan équatorial. C'est le plan de l'horizon du lieu de latitude φ .

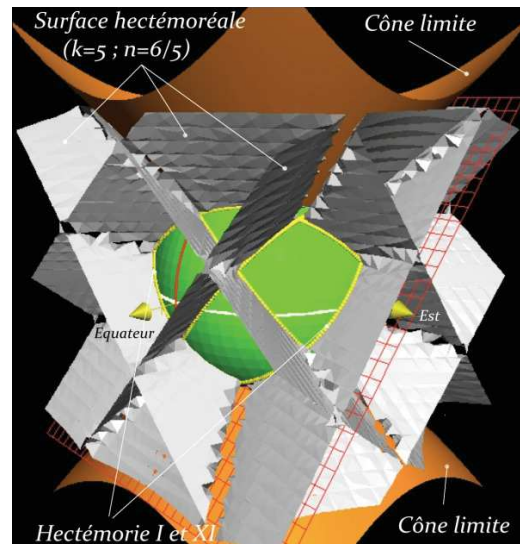
Pour $n=2, 3$ et 6 , chaque surface possède n ondulations s'appuyant sur la surface extérieure du cône limite. Les n extrémums (positifs par exemple) des surfaces sont sur les génératrices de ce cône et il y a n droites de pente $\tan(90^\circ - \varphi)$.

L'intersection d'une surface avec le scaphée dessinera une hectémorie sphérique (Cf. les courbes jaunes du supplément I). Observons que lorsque $\delta = 0^\circ$, l'équation générale devient $T_n(\cos L) = 0$ (n entier positif). Ce qui revient à rechercher les zéros (ou les racines) de T_n . Les solutions sont : $L_{0;n} = \frac{\pi}{2n} + \frac{\pi}{n}Z$, engendrant ainsi $2n$ points d'intersection sur l'équateur céleste, et par là même n maximums sur le petit cercle boréal de déclinaison $90^\circ - \varphi$.

On trouvera ci-dessous une représentation spatiale de chacune des surfaces hectémoréales selon les valeurs de $n = \frac{6}{k}$, $k \in \mathbb{Z}$. Code des couleurs : la sphère Céleste est en vert, l'hectémorie sphérique est tracée en jaune, la grille rouge inclinée sur l'équateur est le plan de l'horizon et enfin en orange, des deux côtés des pôles de la sphère céleste, se trouve les cônes limites des surfaces hectémoréales⁴². On ne devra pas être troublé par la dualité sphère-scaphée : on a choisi de dessiner les surfaces qui génèrent les hectémories sur la sphère céleste (mais un seul changement de signe est nécessaire pour passer à la « nappe d'ombre » dessinant les hectémories sur le scaphée, et par là-même sur toute surface tangente à la sphère).



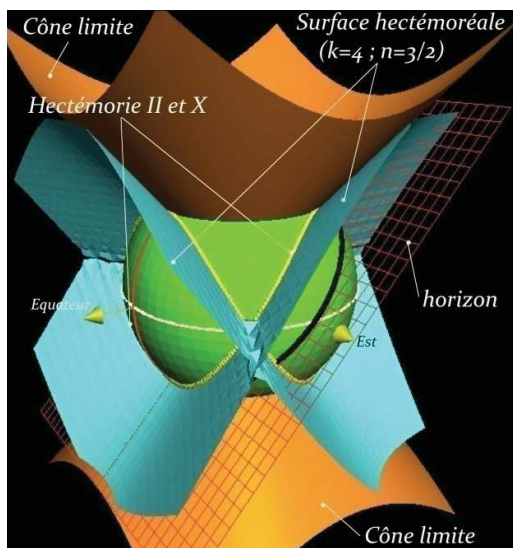
$n=1, k=6$
Lignes temporaires 0 et XII.



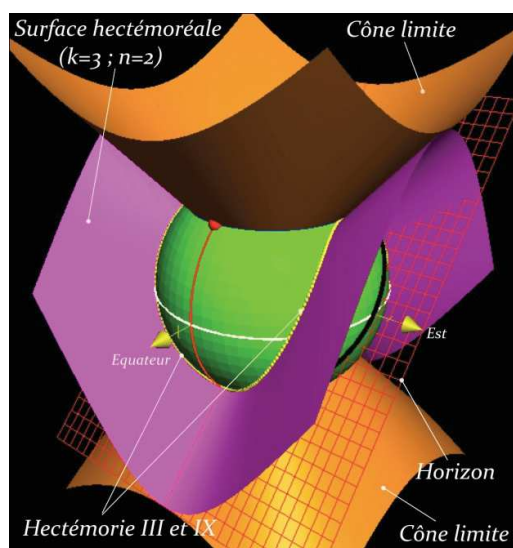
$n=6/5, k=5$
Lignes temporaires I et XI.

⁴¹ Autrement dit, la côte z d'une surface hectémoréale vérifie la condition $|z| \leq -\cot \varphi \sqrt{x^2 + y^2}$.

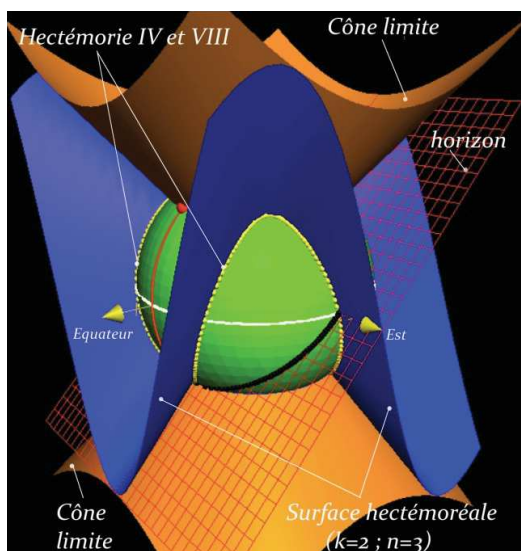
⁴² Le point rouge que l'on peut parfois apercevoir sur les figures entre l'équateur et le pôle, et placé sur le méridien, est le pôle du cercle horizon.



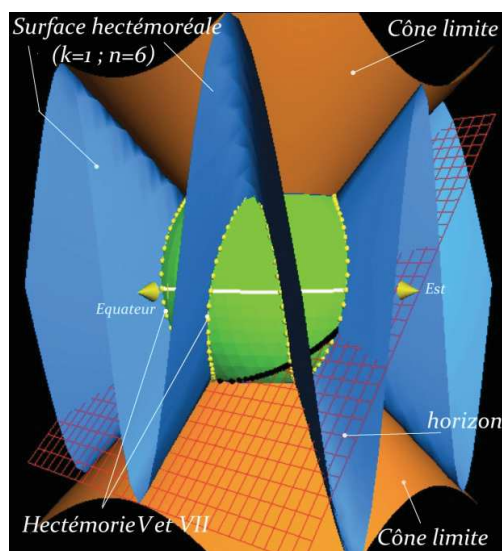
$n=3/2, k=4$
Lignes temporaires II et X.



$n=2, k=3$
Lignes temporaires III et IX.



$n=3, k=2$
Lignes temporaires IV et VIII.



$n=6, k=1$
Lignes temporaires V et VII.

c) Équation polaire des courbes hectémoréales dans le plan tangent au scaphée

Le commentaire de §XXII apporte un éclaircissement sur la définition du repère dans le plan du cadran, ainsi que sur le gnomon utilisé. Dans le titre XXIII, DAVIES fournit l'équation polaire générale des courbes hectémoréales dans le plan du cadran tangent en G à la sphère. Répétons qu'elles viennent directement des surfaces hectémoréales exprimées dans le nouveau repère $Ox'y'z'$, en annulant ensuite la côte z' . C'est absolument une nouveauté en gnomonique.

Nous n'allons pas déterminer une formule algébrique des surfaces hectémoréales dans ce nouveau repère (se serait extrêmement ardu et peut-être inutile). La relation $A_{r,\theta}$ de DAVIES (page 108 des *Transactions*) étant entachée d'erreurs de signes, on propose alors, directement issus des commentaires, une expression algébrique générale de l'équation polaire des courbes d'heures temporaires.

L'équation polaire des lignes horaires temporaires introduite par DAVIES est de la toute première importance en gnomonique pour les cadrans plans. On ne peut que déplorer que cette équation soit complètement oubliée. Quand bien même DRECKER ou MICHNIK en font l'un

de leur sujet de réflexion près de cent ans plus tard, elles ont été oubliées : peut-être plus par la difficulté algébrique qu'elle procure et liée aux capacités de calcul et de représentation que du désintérêt pour le public d'utiliser de telles lignes antiques qui les font paraître désuètes. DELAMBRE apporte une légère modification à ce désintérêt en précisant que si le style polaire d'un cadran plan indique l'heure vraie, l'extrémité du style quant à elle est propre à indiquer l'heure temporaire servant alors à connaître la durée du jour, le temps d'ensoleillement restant. Les lignes temporaires offrent des notions encore bien pédagogiques de nos jours pour la compréhension du mouvement diurne.

La formule de transformation des coordonnées $\vec{u} = 'Q \vec{u}' + \overline{OO'}$ devient en coordonnées polaires $(r; \theta)$:

$$\begin{cases} x = r \cos \theta (\sin \lambda \cos \ell - \tan \theta \sin \ell) \\ y = r \cos \theta (\sin \lambda \sin \ell + \tan \theta \cos \ell) \\ z = -r \cos \theta \cos \lambda + a \operatorname{cosec} \lambda \end{cases}$$

(où $x' = r \cos \theta$, $y' = r \sin \theta$). De là, on construit :

$$x^2 + y^2 = r^2 \cos^2 \theta \{ \sin^2 \lambda + \tan^2 \theta \}$$

et $\frac{y}{x} = \frac{\sin \lambda \tan \ell + \tan \theta}{\sin \lambda - \tan \ell \tan \theta} = \frac{c}{b}$ (indépendant de r)

Par substitution dans la relation fondamentale issue de la linéarisation de $\cos(nL)$,

$$z = \cot \varphi \cdot \frac{x^n}{(\sqrt{x^2 + y^2})^{n-1}} \cdot \sum_{k=0}^{E(n/2)} (-1)^k C_n^{2k} \left(\frac{y}{x} \right)^{2k}, \text{ on obtient facilement :}$$

$$r_n = \frac{a \operatorname{cosec} \lambda \sec \lambda \sec \theta}{1 + \cot \varphi \sec \lambda \sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta} \cos^n \ell \left(\frac{\sin \lambda - \tan \theta \tan \ell}{\sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta}} \right)^n \sum_{k=0}^{E(n/2)} (-1)^k C_n^{2k} \left(\frac{\sin \lambda \tan \ell + \tan \theta}{\sin \lambda - \tan \ell \tan \theta} \right)^{2k}}$$

Expression jamais vu en gnomonique et qui permet de construire les équations polaires des lignes temporaires pour $n \in N$, et lorsque le point $G(\ell; \lambda)$ est fixé. Quand n est une fraction rationnelle, on utilisera directement la formule de l'arc semi-diurne après changement de coordonnées.

On regroupe dans le tableau suivant les équations polaires des hectémories dans le plan $Ox'y'$ tangent au scaphée.

k	$n = \frac{6}{k}$	Ligne horaire temporaire :	Équation polaire de chacune des hectémories dans le plan du cadran
∞	0	Midi (VI)	$r_0 = \frac{a \operatorname{cosec} \lambda \sec \lambda \sec \theta}{1 + \cot \varphi \sec \lambda \sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta}}$ (Ce n'est pas à proprement parler une courbe hectémoréale)
6	1	0 – XII	$r_1 = \frac{a \operatorname{cosec} \lambda \sec \lambda \sec \theta}{1 + \cot \varphi \sec \lambda \{ \sin \lambda \cos \ell - \sin \ell \tan \theta \}}$
3	2	III – IX	$r_2 = \frac{a \operatorname{cosec} \lambda \sec \lambda \sec \theta}{1 + \frac{\cot \varphi \sec \lambda \cos 2\ell}{\sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta}} (\sin^2 \lambda - \tan^2 \theta - 2 \sin \lambda \tan 2\ell \tan \theta)}$
2	3	IV – VIII	

			$r_3 = \frac{a \operatorname{cosec} \lambda \sec \lambda \sec \theta}{1 + \frac{\cot \varphi \sec \lambda}{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta} \left\{ \sin \lambda \cos \ell (1 - 2 \cos 2\ell)(3 \tan^2 \theta - \sin^2 \lambda) + \tan \theta \sin \ell (1 + 2 \cos 2\ell)(\tan^2 \theta - 3 \sin^2 \lambda) \right\}}$
1	6	V – VII	$r_6 = \frac{a \operatorname{cosec} \lambda \sec \lambda \sec \theta}{1 + \frac{\cot \varphi \sec \lambda \cos^6 \ell}{\left(\sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta}\right)^5} \left\{ b^6 - c^6 + 15b^2 c^2 (c^2 - b^2) \right\}}$ <p>avec : $\begin{cases} b = \sin \lambda - \tan \ell \tan \theta \\ c = \sin \lambda \tan \ell + \tan \theta \end{cases}$</p>
4	$\frac{3}{2}$	II – VIII	$r_{\frac{3}{2}} = \frac{a \operatorname{cosec} \lambda \sec \lambda \sec \theta}{1 + \cot \varphi \sec \lambda \sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta} \cos \left(\frac{3}{2} \cdot \cos^{-1} \left\{ \frac{(\sin \lambda \cot \ell - \tan \theta) \sin \ell}{\sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta}} \right\} \right)}$
5	$\frac{6}{5}$	I – XI	$r_{\frac{6}{5}} = \frac{a \operatorname{cosec} \lambda \sec \lambda \sec \theta}{1 + \cot \varphi \sec \lambda \sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta} \cos \left(\frac{6}{5} \cdot \cos^{-1} \left\{ \frac{(\sin \lambda \cot \ell - \tan \theta) \sin \ell}{\sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta}} \right\} \right)}$

La formule corrigée de DAVIES (page 108) serait :

$$r_n = \frac{a \operatorname{cosec} \lambda \sec \lambda \sec \theta}{1 + \cot \varphi \sec \lambda \sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta} \cos \left(n \cdot \cos^{-1} \left\{ \frac{(\sin \lambda \cot \ell - \tan \theta) \sin \ell}{\sqrt{\sin^2 \lambda + \tan^2 \theta}} \right\} \right)}, \quad n \in \mathbb{R}$$

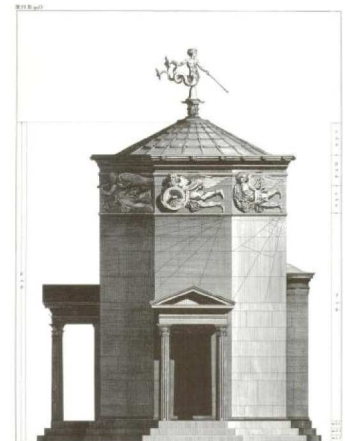
Elle est bien entendu incontestablement plus pratique, mais cela n'a plus guère plus d'importance de nos jours face à nos moyens de calcul. L'angle θ est mesuré dans le sens trigonométrique depuis l'axe Ox' . Il resterait à étudier ces équations et à effectuer des tracés en ne conservant que les portions utiles des courbes (l'ombre du style droit tombe sur celles-ci), puis à étudier leurs différences et erreurs commises dans les tracés effectués sur les cadrans de l'antiquité.

Supplément n°III. Tracé des lignes horaires temporaires sur un plan – Exemples.

a) A propos des "Antiquités d'Athènes" de STUART et REVETT

James STUART et Nicholas REVETT sont des architectes britanniques qui ont voyagé en Grèce de 1751 à 1754 pour enregistrer et faire des relevés des ruines antiques, en particulier ceux de l'Acropole à Athènes. STUART a dessiné les vues topographiques et écrit le texte, les mesures sont de REVETT. Ils ont publié leurs conclusions dans l'ouvrage *Antiquités d'Athènes* paru en 1762.

Les figures ci-dessous, extraites de cet ouvrage, concernent les cadrans solaires de la "Tour des Vents" dont il est question dans les sections XXIV et XXVII.



b) Le tracé des différents cadrans de la « Tour des Vents » à Athènes

Les figures ci-dessous sont extraites des fichiers PDF 3D générées par le logiciel de dessin vectoriel *Asymptote*⁴³. Rappelons que l'observateur regarde le cadran dans la direction du style droit. L'origine des axes est le centre de la sphère, et à cause de la direction d'observation, c'est aussi le pied du style droit. Pour les valeurs des coordonnées $(\ell; \lambda)$ du point tangent G au scaphée, voir les commentaires du §XXIV. Les points sont obtenus

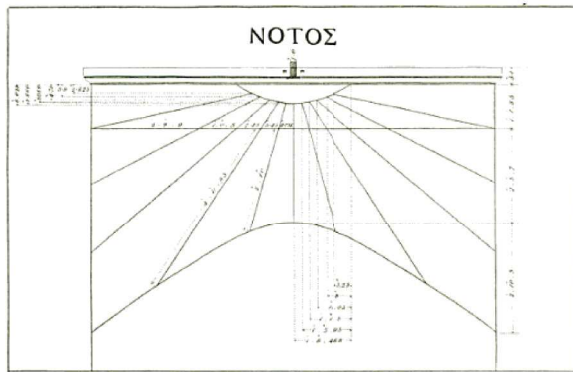
⁴³ Le logiciel *Asymptote* est entièrement libre et multiplateforme, site web officiel : <http://asymptote.sourceforge.net/>.

par application de la projection centrale, c'est-à-dire par l'intersection de la droite passant par l'origine O (ou extrémité du style droit) et un point de l'hectémorie sur le scaphée, avec le plan tangent en G .

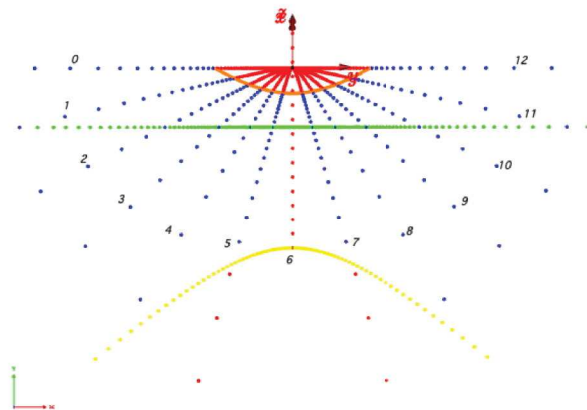
Code des couleurs utilisées :

- en bleu, parties utiles des hectémories (où l'extrémité du style se projette),
- en rouge, parties hors usage du cadran (l'extrémité de l'ombre du style droit n'y arrive jamais),
- en mauve, limite maximale des hectémories (ou lieu des extrémums. C'est aussi l'arc diurne de déclinaison $\delta = 90^\circ - \varphi$).
- Le point noir qui apparaît est l'intersection du plan du cadran avec l'axe des pôles.

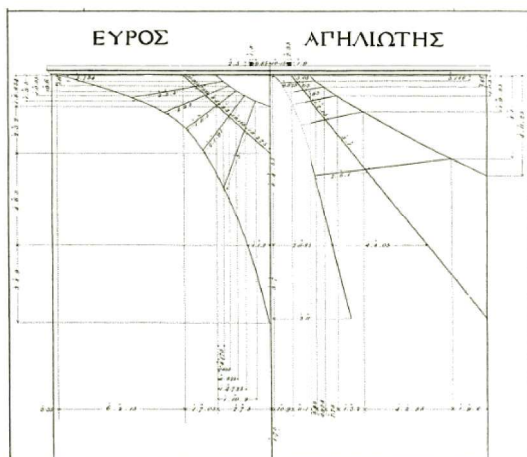
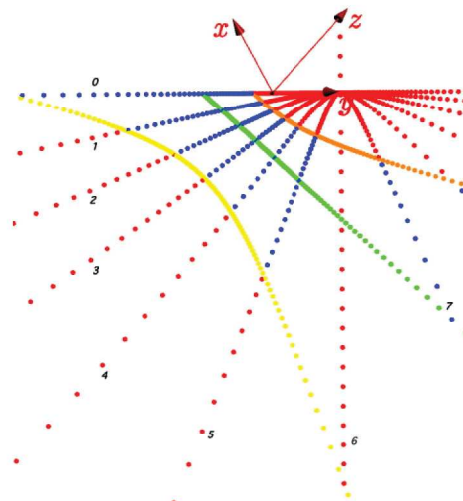
Dans tous les graphiques qui suivent, $\varphi = 37^\circ 30' N$.



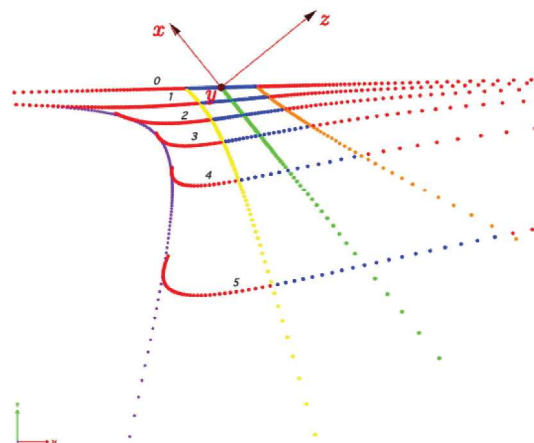
Extrait Chapitre III, Planche X.
Cadran Plein Sud (NOTOS)

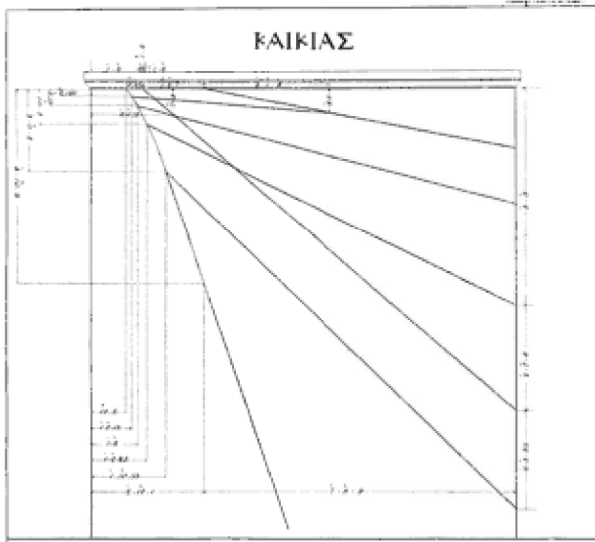


À gauche : Cadran Sud-Est (EYROS)

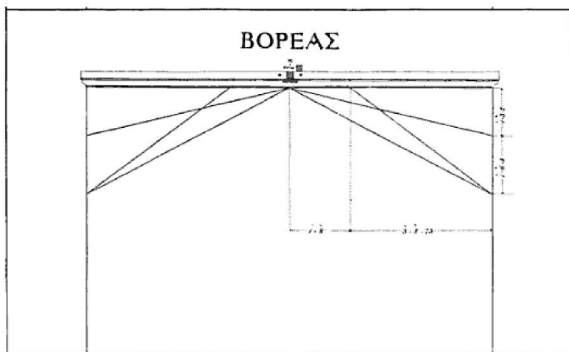
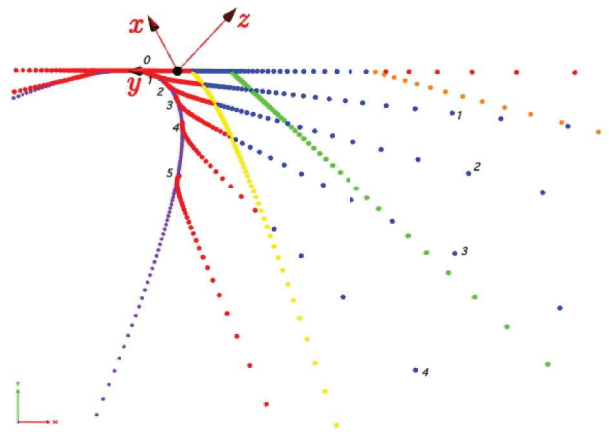


À droite : Cadran Plein Est (AGHLIOTHS)

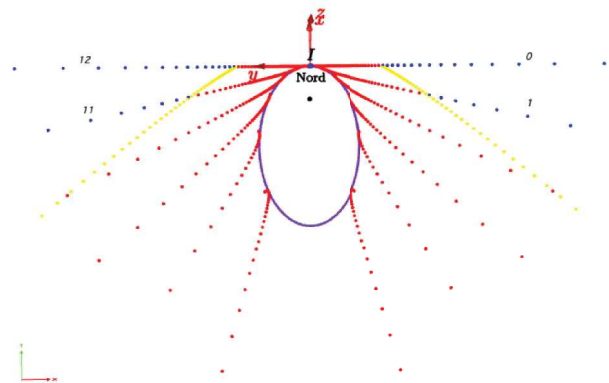




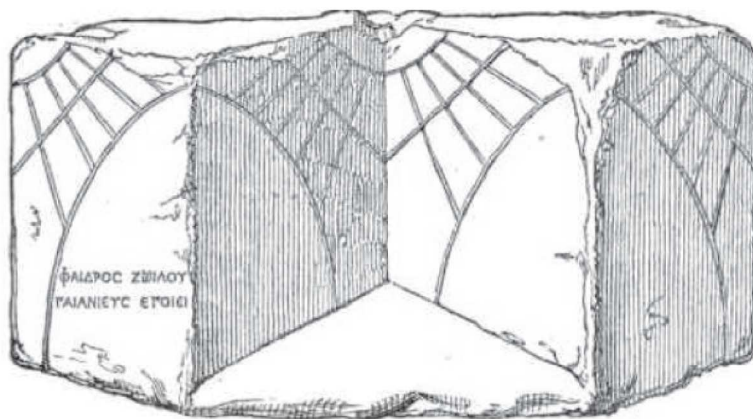
Extrait Chapitre III, Planche X.
Cadran Nord-Est (ΚΑΙΚΙΑΣ)



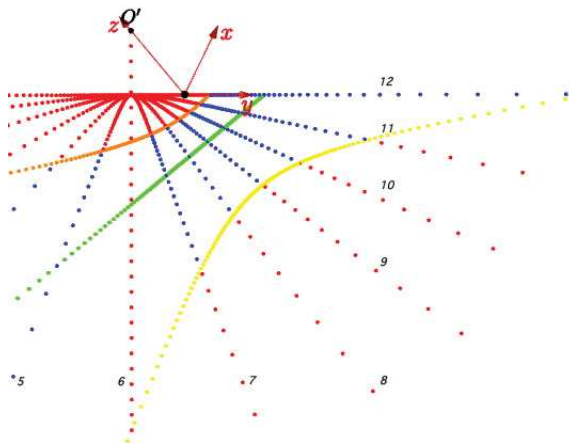
Extrait Chapitre III, Planche X.
Cadran Plein Nord (ΒΟΡΕΑΣ)



c) *Le tracé des différents cadrans de Phèdre à Athènes*

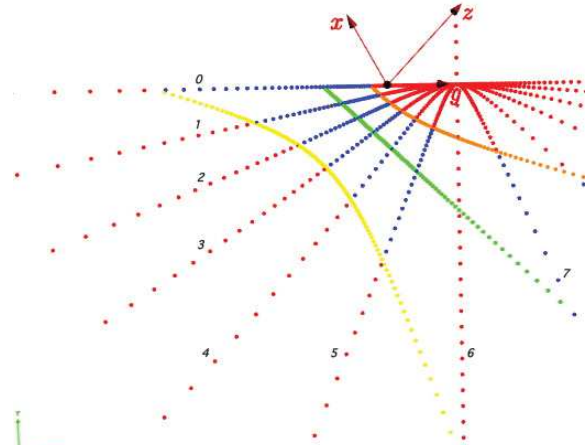


Les cadrans sur les faces côté est du méridien (I) :

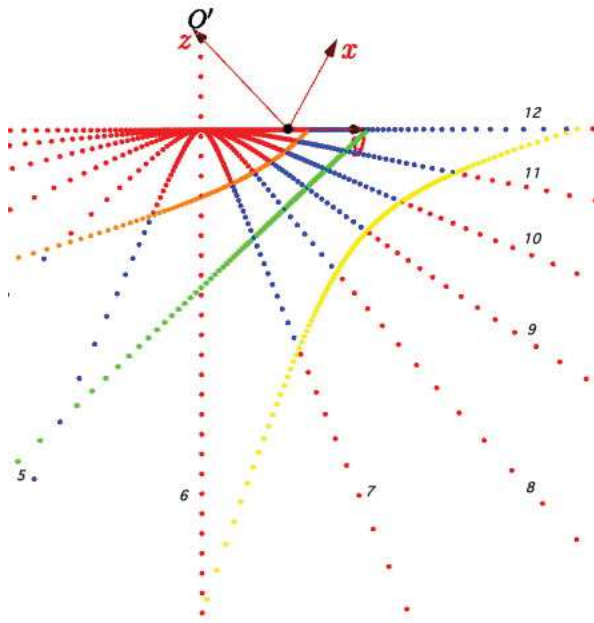


$$d = 39^\circ 10' 24''$$

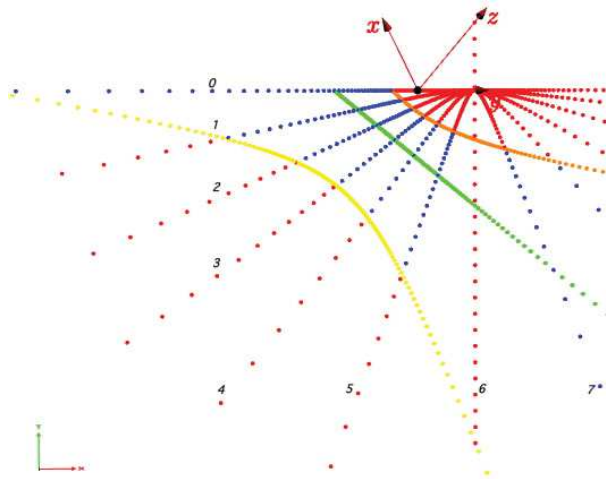
Les cadrans sur les faces côté ouest du méridien (II) :



$$d = -46^\circ 11' 50''$$



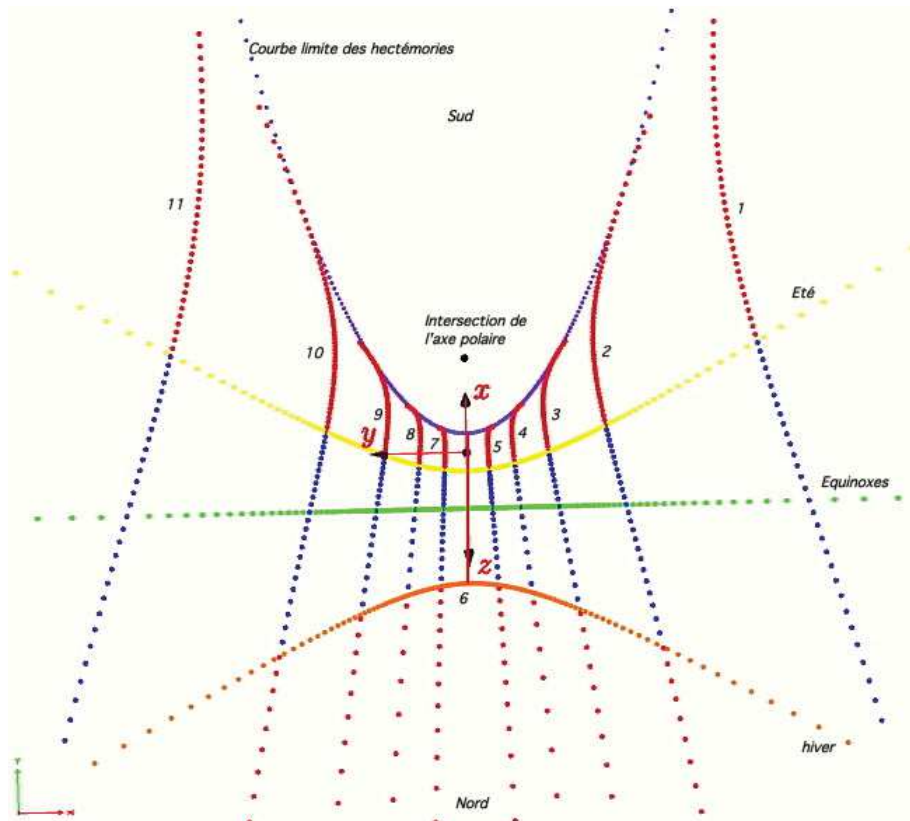
$$d = 46^\circ 11' 50''$$



$$d = -39^\circ 10' 24''$$

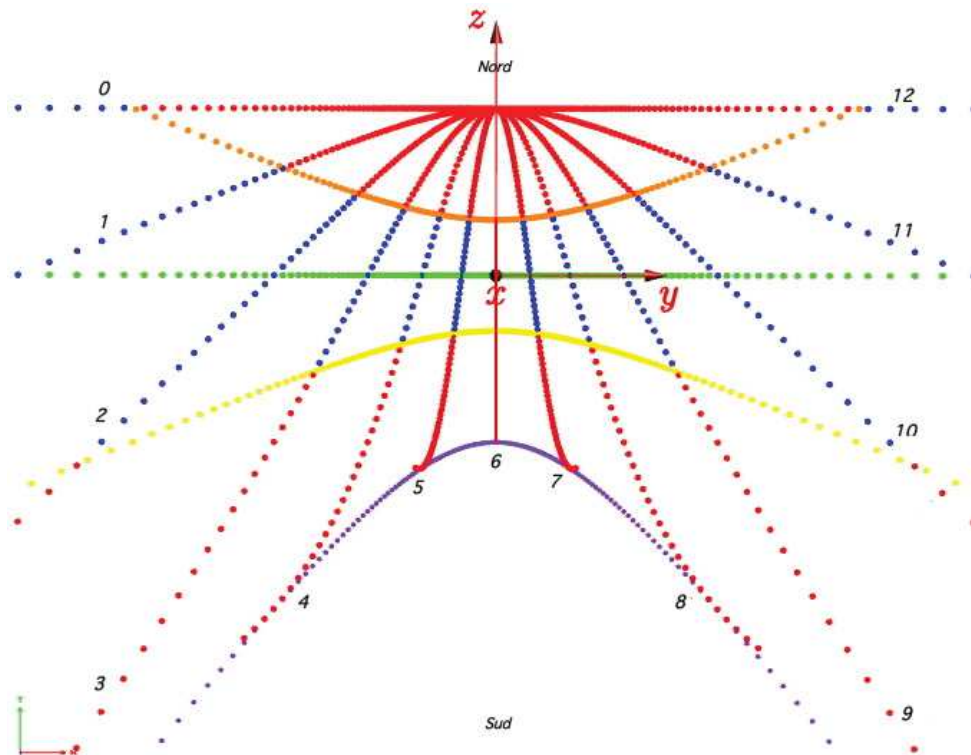
d) *Tracé de différents cadrans à heures temporaires.*

Cadran solaire horizontal : $\begin{cases} d = 0^\circ \\ i = 90^\circ \end{cases}$ ou encore $\begin{cases} \ell = 0^\circ \\ \lambda = -\varphi \end{cases}$



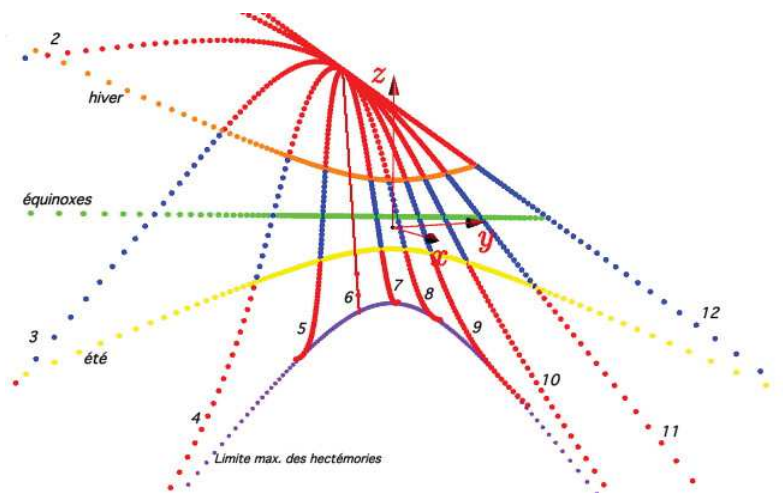
Cadran solaire polaire (non déclinant) – $\begin{cases} d = 0^\circ \\ i = 90^\circ - \varphi \end{cases}$ ou encore $\begin{cases} \ell = 0^\circ \\ \lambda = 0^\circ \end{cases}$.

Le style droit est sur l'axe Ox .

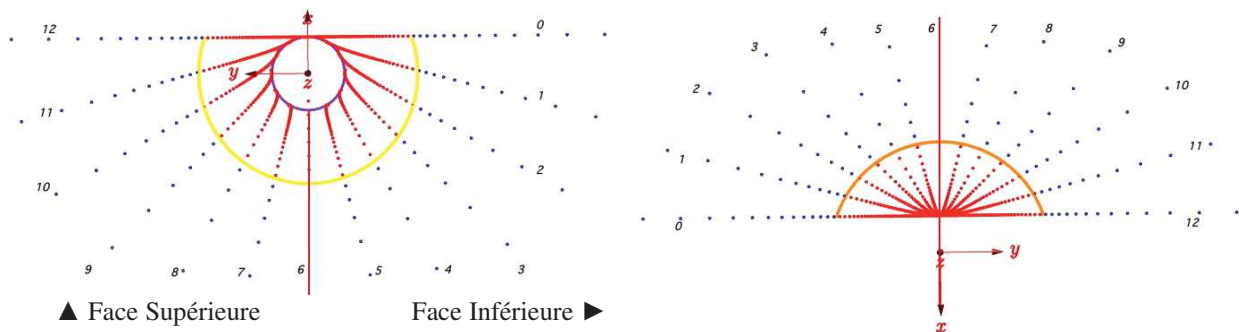


Cadran solaire polaire déclinant – exemple : $\begin{cases} d = 45^\circ \\ i = 90^\circ - \varphi \end{cases}$ ou encore $\begin{cases} \ell = -26^\circ 46' 28.6'' \\ \lambda = -08^\circ 07' 55.7'' \end{cases}$

(Cadran incline déclinant).



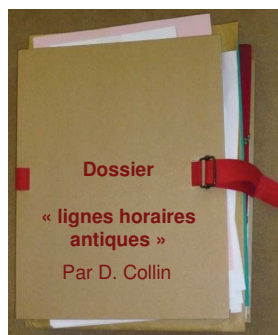
Cadran solaire équatorial : $\begin{cases} d = 0^\circ \\ i = \pm\varphi \end{cases}$ ou encore $\begin{cases} \ell = 0^\circ \\ \lambda = \pm 90^\circ \end{cases}$.



⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:

- Une synthèse (ou table des matières) de l'article de Davies. (A)
- Les figures (insérées dans l'article), (B)
- Les images en PDF-3D manipulable avec la souris (il faut avoir Adobe Reader v9 au moins). (C)
- Les fichiers sources (D) permettant de construire les fichiers pdf 3D. Ces fichiers ont représentés des heures de travail de la part de D. Collin. Il faut avoir le logiciel Asymptote (gratuit) et une installation du système de compilation de texte scientifique LaTeX (gratuit également).

Dossier à mai 2011



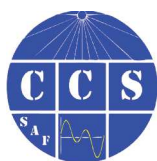
◦ Mémoire de T.S Davies : "Recherche sur le caractère géométrique des lignes horaires dans les cadrans solaires antiques par T.S. Davies, Esq. F.R.S.Ed. F.R.A.S. (Lu le 21 février 1831). Transaction of the Royal Society of Edinburgh, volume 12, p. 77-122, 1834": **Cadran-Info n° 21 de mai 2010**

◦ Traduction de W.A Cadell: " Sur les lignes qui divisent chaque arc semi-diurne en six parties égales", Esq. F.R.S. Lond. & Edin. Transaction of the Royal Society of Edinburgh, volume VIII (1818), p 61-83: **Cadran-Info n° 22 d'octobre 2010**

◦ Commentaires et analyses" du "mémoire de Th. S. DAVIES": présent **Cadran-Info n° 23 de mai 2011**

NB: Il y a encore des éléments à commenter et notamment l'aspect géométrique des lignes antiques et l'étude de leur erreur par rapport à ce que le gnomoniste fait (ou a fait) pour les construire. Mais c'est actuellement hors cadre de l'étude. Il y aura donc peut être une suite.





Cadrans de Rochefort-En-Savoie

Par Paul Gagnaire

Lors de la réfection des enduits de façades de l'église de Rochefort-en-Savoie, deux cadrans solaires furent découverts. Probablement du XVIIIème siècle, ils étaient trop dégradés pour être restaurés. La volonté de la commune fut de réaliser de nouveaux cadrans. C'est le peintre Arcabas qui réalisa les maquettes, les calculs furent réalisés par le gnomoniste Paul Gagnaire. La réalisation a été assurée par Alain Boulerot (Atelier Royal) avec la Communauté de Communes Val Guiers comme Maître d'ouvrage et Jean-Pierre Blazin comme Maître d'œuvre.

1°) Les cadrans dans leur paysage.

A l'est de Rochefort-en-Savoie, autrefois Rochefort-en-Novalaise, (altitude : 450 m), se déploie un horizon montagneux, rapproché, formé de falaises qui, issues du Mont Tournier, traversent les Chenevières, vers Sainte-Marie d'Alvey, se maintiennent entre 650 et 730 mètres, jusqu'en face du Suard et ne s'abaissent guère qu'au col du Banchet. Plus au loin, le paysage se ferme, en demi-cercle, et jusqu'au sud-ouest, par le Massif de la Chartreuse. Vers l'ouest, enfin, s'étend l'infini du ciel. Cette observation donne la certitude que le cadran méridional du clocher de Rochefort perdra les heures extrêmes d'ensoleillement, au lever du Soleil. En effet, pour un astronome, et donc pour un gnomoniste, le lever et le coucher astronomique du Soleil sont définis comme les instants où le centre du disque solaire passe l'horizon astronomique.

On donne souvent comme image de l'horizon astronomique, la ligne où, vus d'un navire en haute mer, le ciel et la mer se rejoignent. Ici, l'horizon géographique s'élève fortement au dessus de cet horizon théorique. En première approche, on considèrera que les falaises s'élèvent environ 250 à 280 mètres au dessus de Rochefort et n'en sont distantes que de 750 à 1000 mètres. Pour passer par dessus, le Soleil doit donc atteindre une hauteur de 15 à 20 degrés, ce qui équivaut presque à sa hauteur de culmination vers le solstice d'hiver. Le déficit du cadran méridional, vers cette époque, sera probablement de deux ou trois heures d'ensoleillement matinal.

Il serait intéressant d'établir un tableau des heures d'illumination constatées, tous les dix jours, par exemple ; mieux encore, de le faire construire par les enfants des écoles.

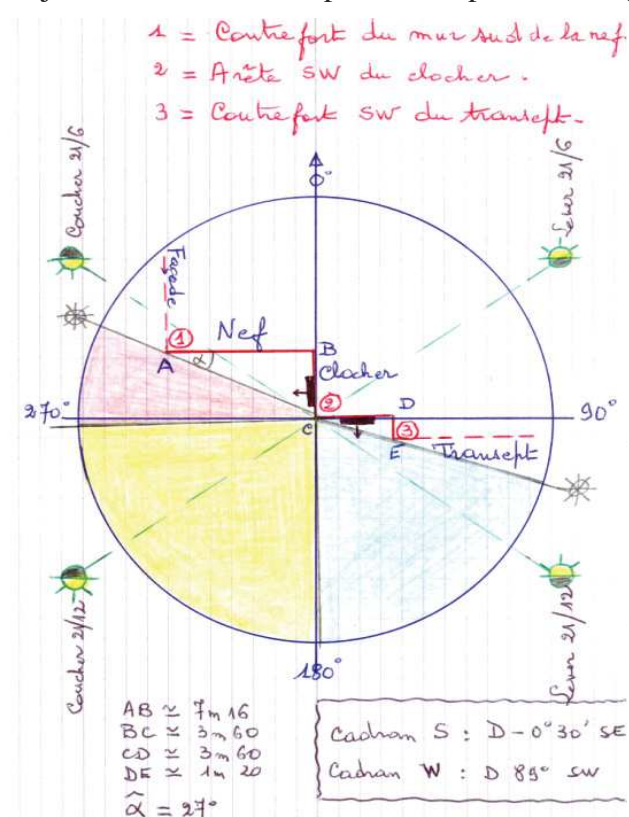
2°) Les cadrans sur leur édifice.

Cadran Sud : il est dominé vers l'est par la toiture du transept qui, en outre, s'avance par rapport au plan méridional du clocher. Il arrivera donc, régulièrement, que le Soleil, se levant devant le plan du cadran, ou arrivant devant lui sans avoir encore atteint une hauteur suffisante, soit masqué par la toiture ou le mur du transept et qu'ainsi, le cadran ne s'illumine que plus tardivement qu'il ne ferait sans ces obstacles. Naturellement, ce retard se combinera avec celui qui découlera de la proche présence de falaises.



Cadran Ouest : dès l'instant où le Soleil sera perpendiculaire au mur du clocher, l'ombre du premier contrefort de la nef, près du porche, s'avancera sur le cadran et, en été, le recouvrira avant le coucher du Soleil. Une durée de l'ordre de l'heure, au moins, sera perdue. Le parcours du Soleil en azimut, depuis l'instant où il est perpendiculaire au mur Ouest, jusqu'à ce que l'ombre du contrefort s'aligne sur l'arête du clocher, balaie un angle de 27°, environ, (donc 26° depuis le sud), alors que le coucher solsticial ne se produit que vers 35°. On peut même craindre que, selon les jours et les heures, l'ombre des arbres de la place n'éteigne le cadran encore plus précocement.

On ne peut que saluer la volonté des Rochefoliars de jadis d'établir ces deux cadrans sur leur église. D'une configuration peu favorable, ils ont tiré le meilleur parti possible et ont, ainsi, mis leurs descendants en mesure de maintenir leur travail, tout en lui conférant, aujourd'hui, une beauté plus accomplie encore, grâce au concours d'Arcabas.



◀ Fonctionnement des cadrans:

- 1) Pendant que le soleil parcourt la zone bleue, le cadran méridional fonctionne seul. Il s'illumine lorsque le soleil franchit le contrefort SW du transept, s'il est déjà levé.
- 2) Lorsque le soleil atteint l'azimut 89°, il continue d'éclairer le cadran méridional et atteint aussi le cadran occidental. Il est dans la zone jaune et les deux cadrans fonctionnent simultanément.
- 3) Lorsque le soleil atteint l'azimut 269°30', il quitte le plan du cadran méridional et entre dans la zone rouge où seul le cadran occidental fonctionne jusqu'à ce que le contrefort SW de la façade ne le recouvre de son ombre portée. Il semble même que selon les jours et les heures, c'est l'ombre des arbres de la place qui éteindra le cadran occidental avant.

Obstacles et ombres:



Ombre matinale du transept



Contrefort du porche



Le 22/6/2010, il est 10h 22m heure légale. Le cadran devrait indiquer 8h 43m. Le toit du transept le tient encore à l'ombre

3°) A la bonne heure.

Chacun sait bien que l'heure du Soleil n'est pas celle des montres, horloges et pendules, connaissable par l'Horloge parlante (tél : 36 99). Mais pourquoi ? Et comment passer de l'une à l'autre, soit qu'on se réfère au cadran solaire pour régler sa montre, soit qu'on veuille vérifier s'il est bien juste ?

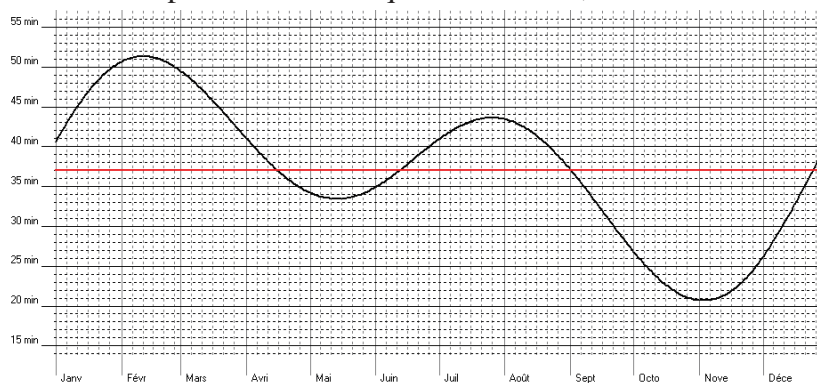
Il existe, entre l'heure solaire locale et l'heure légale française, trois écarts dont deux sont voulus par l'Etat, tandis que le troisième s'impose à nous comme une conséquence de la deuxième loi de Kepler. C'est l'équation du temps.

- L'Etat a décidé que l'heure serait uniforme sur tout le territoire de la France métropolitaine (Corse incluse) et qu'elle serait alignée sur le temps moyen au méridien-origine, dit autrefois « de Greenwich ». Ainsi Strasbourg avance sur ce temps et Brest retarde, mais cette avance et ce retard, dus à la géographie, sont abolis par l'uniformisation de l'heure. Les montres et pendules obéissent mais le cadran continue de marquer l'heure solaire de sa longitude.
- L'Etat ajoute 1 heure en hiver et 2 heures en été. Actuellement, le régime de l'heure d'été s'applique depuis les derniers jours de mars jusqu'aux derniers jours d'octobre.
- Le Soleil ne met pas 24 heures exactement pour revenir deux fois de suite au méridien-origine, mais tantôt un peu plus et tantôt un peu moins. La différence est faible : toujours moins de 30 secondes par jour, mais elle se cumule jusqu'à engendrer, vers la mi-février, un retard du temps vrai sur le temps moyen d'environ 15 minutes ; puis, vers fin octobre, une avance d'environ 16 minutes. Quatre fois par an l'écart s'annule puis se remet à croître dans l'autre sens.

Il est facile de construire une courbe, et même toutes sortes de courbes, ou d'abaques, ou de tableaux, où ces trois écarts se combineront pour faire apparaître, chaque jour, le retard total du cadran sur l'heure légale. On peut aussi, directement sur le cadran, tracer les lignes d'heures de façon à leur faire indiquer le temps légal.

Autrefois, quand l'heure légale d'hiver n'était pas majorée, il était possible que des cadrans avançaient ou retardent, mais de nos jours ils retardent tous et toujours. Petite consolation : dans l'Ouest de la France on peut voir midi à quatorze heures, en été !

Voici un modèle de graphique qui manifeste le retard « net » des cadrans de Rochefort, sous le régime de l'heure d'hiver. Lorsque le régime de l'heure d'été entre en application, leur retard s'accroît de 1 heure, instantanément et pour quelque six mois.



Ci-dessus: Tableau du retard du temps solaire vrai, local, à Rochefort (heure des cadrans) sur le temps légal français d'hiver (UT + 1). Longitude -5°43'22" E du méridien international (Greenwich) = avance: 22m53s28t. Pris 23m. Pendant la période où est en vigueur le régime dit "Heure d'été", majorer ce retard encore d'1 heure. Le lignage vertical en pointillés marque les jours 6,11,21,26. Les traits pleins marquent toujours le jour 1 ; d'où l'espacement variable entre 26 et 1. L'équation du temps est prise en valeurs moyennes sur 4 ans (dont 2010), vers midi.

La courbe a été obtenue avec Solarium, de Pierre-Joseph Dallet Cf. Bibliographie

A Rochefort les cadrans subissent les contraintes suivantes (minutes et secondes de temps) :

	Avance	Retard
Avance due à la longitude (22m 53s 28t)	23m	
Retard dû à l'heure d'été (1h / hiver et 2h / été)		60 ou 120m
Soit un retard constant de	37m ou 97m*	

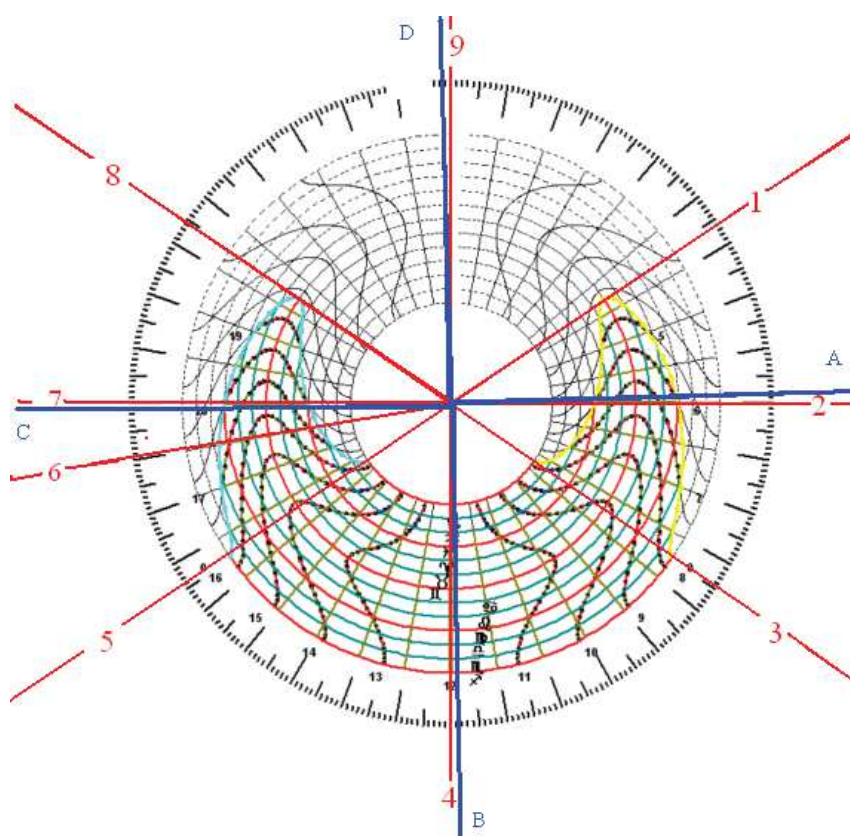
* à quoi il faut ajouter, algébriquement, la valeur de l'équation du temps, du jour.

4°) La vie quotidienne des cadrans.

A mesure que s'écoule le temps, heures, jours, mois, années, le Soleil parcourt le ciel et semble tourner autour des cadrans, les illuminant plus ou moins longtemps, plus ou moins tôt ou tard, y poussant l'ombre du style plus haut ou plus bas. Ces étapes du Soleil et leurs traces sur les cadrans, sont faciles à montrer et à prédire : elles déposent comme leurs signatures, sur le graphique ci-dessous que des gnomonistes un peu hellénisants, ont baptisé, non sans une aimable ironie, la mygale eikosikaitétrapode. Il s'agit d'un diagramme horizontal sur lequel on a privilégié la régularité dans l'espace des azimuts, ce qui inflige aux lignes horaires des tracés sinueux. On y repère sans peine les graphismes suivants :

1°) les 24 heures de temps solaire, vrai, local, au parcours arachnéen rayonnant du centre du dessin. Mais midi et minuit redeviennent des droites.

2°) les 13 cercles concentriques qui marquent les dates mensuelles, vers le 21 de chaque mois, ce qui correspond à la fois aux entrées du Soleil dans les tiers de saisons (et, donc, dans les 4 saisons, repérées par des cercles rouges), et à son parcours dans les signes du zodiaque. Le cercle intérieur et le cercle extérieur sont attribués



Graphique d'Algo-Sola, de Pierre-Joseph Dallet (Cf. Bibliographie)

tous les deux au 21 décembre. Ici on ne confondra pas les 13 constellations écliptiques qui sont une réalité astronomique et les signes du zodiaque qui ne sont rien de plus qu'une tradition liée au découpage de l'écliptique et du zodiaque en 12 secteurs égaux de 30° puis de 10 degrés, les décans.

3°) la couronne complète des azimuts, graduée tous les degrés, avec lignage tous les 10 degrés. Chacun étant familiarisé avec les boussoles où l'azimut 0° marque le Nord (usage

des marins), sur la mygale aussi, les azimuts partent du Nord, tournent en sens horloge avec le 90° à l'Est, le 180° au Sud et le 270° à l'Ouest.

4°) les deux courbes des levers (jaune) et des couchers (bleue) du Soleil qui aident à identifier les heures du jour (renforcées) et les heures de nuit. On peut ainsi vérifier entre quelles dates, telle heure sera de jour ou sera de nuit. Certaines heures seront toujours de jour et certaines autres toujours de nuit.

5°) les chiffres des heures et les signes du zodiaque pour rendre « parlante » la mygale.

Sur le graphique on a repéré, par des lignes azimutales renforcées, rayonnant du centre :

- a) en rouge et avec des chiffres, des évènements liés au Soleil seul, indépendamment des cadrans, et qui s'observeraient aussi sans eux.
- b) en bleu et avec des lettres, d'autres évènements propres à la vie des cadrans dans le Soleil ou même lorsque le Soleil est caché ou couché.

Il faut cependant noter ce fait à peine croyable, qu'il ne s'en faut que de un demi-degré, que le cadran méridional ne soit rigoureusement plein sud et que de un degré, que le cadran occidental ne soit rigoureusement face à l'ouest ! Cela veut dire que les repères bleus devraient se superposer parfois aux repères rouges. Nous avons dû les en écarter un peu pour qu'ils apparaissent sur la mygale, mais le lecteur aura le bon goût de les imaginer à leur vraie place.

- **Repère 1 (rouge)** : azimut 55°20' : lever astronomique du Soleil, le jour du solstice d'été, soit le 21 juin.

- **Repère A (bleu)** : azimut 89°30' : le Soleil arrive dans le plan du cadran méridional, mais à cause des obstacles naturels et de la hauteur du transept, il n'illuminera le cadran que plus tard. Lorsque le Soleil se lève exactement dans le plan d'un cadran, il en active l'heure horizontale matinale. Ici le phénomène ne sera pas observable.

- **Repère 2 (rouge)** : azimut 90° : lever astronomique du Soleil, les jours d'équinoxes, soit le 20/21 mars et le 22/23 septembre. Lorsque le Soleil passe par cet azimut, quelle que soit sa hauteur, on dit qu'il transite par le premier vertical, côté Est.

- **Repère 3 (rouge)** : azimut 124°40' : lever astronomique du Soleil, le jour du solstice d'hiver, soit le 21 décembre.

- **Repère B (bleu)** : azimut 179°30' : le Soleil est perpendiculaire au cadran méridional et, depuis deux minutes, (dans l'azimut 179°), il était arrivé dans le plan du cadran occidental. Les deux cadrans ont commencé de fonctionner ensemble.

- **Repère 4 (rouge)** : azimut 180° : le Soleil passe par le méridien de Rochefort, exactement au sud géographique ; il est midi solaire, vrai, local. Par rapport au méridien-origine, le méridien de Rochefort se situe 5°43'22'' plus à l'est : c'est la valeur de la longitude du lieu.

- **Repère 5 (rouge)** : azimut 235°20' : coucher astronomique du Soleil, le jour du solstice d'hiver, soit le 21 décembre. La différence entre le repère 3 et le repère 5, soit 110°40' mesure l'amplitude du jour le plus court de l'année.

- **Repère 6 (rouge)** : azimut 260°15' 36'' : le Soleil passe par l'azimut orthodromique de Saint-Jacques de Compostelle. La formule est donnée dans l'annexe gnomonique.

- **Repère C (bleu)** : azimut 269°30' : le Soleil passe derrière le plan du cadran méridional. Depuis deux minutes il est perpendiculaire au cadran occidental. Fin de la période de fonctionnement simultané des deux cadrans. Les deux jours de l'année où le Soleil se couche exactement dans l'azimut 269°30', il active l'heure horizontale vespérale du cadran méridional. En l'absence d'obstacles, le phénomène devrait être observable.

- **Repère 7 (rouge)** : azimut 270° : coucher astronomique du Soleil, les jours d'équinoxes, soit le 20/21 mars et le 22/23 septembre. Lorsque le Soleil passe par cet azimut, quelle que soit sa hauteur, on dit qu'il transite par le premier vertical, côté Ouest. Les 180 degrés qui séparent le repère 7 du repère 2 mesurent l'amplitude des jours d'équinoxe, 12 heures de jour et 12 heures de nuit.

- **Repère 8 (rouge)** : azimut 304°40' : coucher astronomique du Soleil le jour du solstice d'été, soit le 21 juin. Les 249°20' qui séparent le repère 8 du repère 1 mesurent l'amplitude du jour solsticial d'été. Elle est plus du double de l'amplitude du jour solsticial d'hiver. Ces parcours en azimut sont liés à la durée des jours clairs, soit 8h 30m le 21 décembre et 15h 30m le 21 juin.

- **Repère D (bleu)** : azimut 359° : le Soleil passe derrière le plan du cadran occidental. Il est alors toujours couché. Il ne se passe rien sur le cadran.

- **Repère 9 (rouge)** : azimut 360° / 0° : le Soleil franchit l'antiméridien de Rochefort, soit la longitude 174°16'38'' Ouest, à quelques encablures de l'île Savali, dans les Samoa occidentales. Il est minuit, une nouvelle journée commence.

ANNEXE GNOMONIQUE

1°) Graphique des levers / couchers // entrées / sorties sur le cadran Sud.

En gnomonique élémentaire on admet que les heures des levers et des couchers du Soleil sont, chaque jour, équidistantes de midi ou de minuit, temps solaire vrai local.

Elles s'obtiennent par la formule :

$$\cos(AH) = \tan(\text{PHI}) * \tan(\text{DECSOL})$$

La formule procure le coucher. Pour avoir le lever, déduire de 180°

Avec :

° AH = Angle horaire du Soleil à raison de 15° pour 1 heure.

° PHI = Latitude de Rochefort

° DECSOL = Déclinaison du Soleil prise proche de sa valeur vers midi vrai. Elle varie de + 23°26' (21 juin) à - 23°26' (21 décembre)

Remarque:

Les heures où le Soleil passe par le plan du cadran, (et qui, s'il est déjà levé et/ou pas encore couché, sont celles de son illumination ou de son extinction), s'obtiennent par les opérations suivantes :

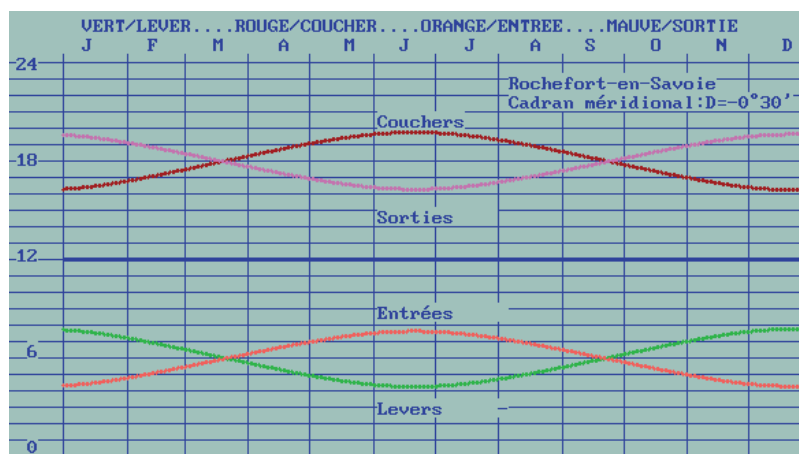
On pose M tel que : $\tan(M) = \sin(\text{PHI}) * \tan(\text{Az})$

NB: M doit être du même signe que Az sinon on fera M + ou - 180°

Alors : $\sin(M+AH) = \cotg(\text{PHI}) * \tan(\text{DECSOL}) * \sin(M)$

Du résultat on déduit M et il reste AH

Sur un cadran plan vertical, l'azimut d'entrée et l'azimut de sortie sont distants de 180°. Les heures d'entrée et de sortie sont donc toujours distantes de 12 heures ; rarement ce sont des heures rondes, telles VI et XVIII sur les cadrans strictement méridionaux. Celui-ci, avec son demi-degré de déclinaison vers le sud-est aura pour heures horizontales : V h 58 m, le matin et XVII h 58 m le soir.



2°) Graphique (absent) des levers / couchers // entrées / sorties sur le cadran Ouest.

Ici tout graphique est inutile. Comme le cadran décline de 89° au sud-ouest, l'illumination aura pratiquement toujours lieu à XI h 56 m ; l'extinction aura lieu au coucher du Soleil, sauf quand elle sera anticipée en raison des obstacles naturels, et il sortira du plan à 4 minutes avant minuit. Pour les formules, se reporter au cadran Sud, ci-dessus.

3°) Graphique du passage du Soleil dans l'azimut orthodromique de Saint-Jacques de Compostelle.

De Rochefort à Saint-Jacques, l'azimut orthodromique se calcule par :

- LA1 = latitude du lieu de départ 45°58'30.56
- LO1 = longitude du lieu de départ -5°7'22.7778
- LA2 = latitude du lieu d'arrivée 42°8'80.556
- LO2 = longitude du lieu d'arrivée +8°54'58.889
- DIF = LO2 - LO1 14°26'86.667

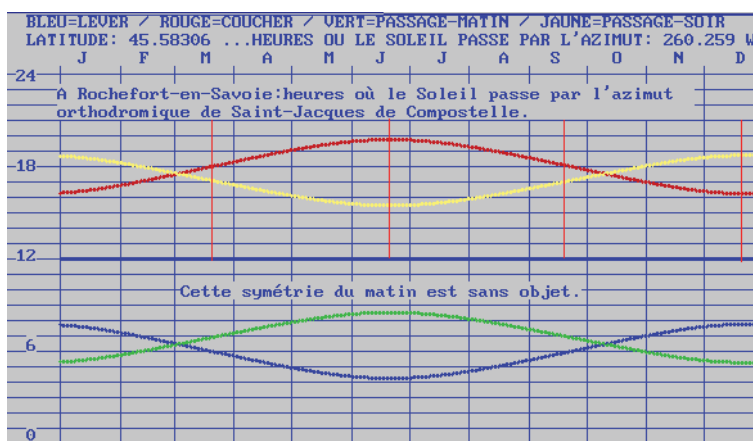
(décimales superflues laissées à dessin)

Formule : $\text{Cotg}(Az) = (\sin(LA1) * \cos(DIF) - (\cos(LA1) * \tan(LA2))) / \sin(DIF)$. Réponse: 80°259 ou 80°15'36''

Mais comme on a compté les azimuts depuis le Nord, on ajoute 180°

Donc, sur la mygale on aura : 260°259 ou 260°15'36''.

Sur le cadran Ouest aussi, une verticale (virtuelle), issue de la coquille Saint-Jacques, matérialise cet azimut. On vérifiera aussi l'ombre des contreforts qui pourrait procurer un repère original où placer la coquille Saint-Jacques.



4°) Graphique des azimuts du Soleil, lorsqu'il atteint une hauteur de 20°.

On comprend, sans plus d'explications, que ces passages du Soleil par une hauteur déterminée, ici 20°, présentent une double symétrie dans le temps :

- a) le matin et le soir, chaque jour de l'année. Mais seul nous intéresse le passage du matin dont dépend l'illumination du cadran méridional.

les couples de jours où le Soleil à la même déclinaison, donc

- b) symétriques par rapport à l'axe des solstices (21 juin et 21 décembre).

Ce graphique donne une idée, à affiner, du déficit horaire matinal du cadran méridional, dû aux falaises qui dominent Rochefort.

Formule pour l'heure de passage du Soleil par une hauteur imposée :

$$\cos(AH) = -\tan(PHI) * \tan(DEC SOL) + (\sin(h) / (\cos(PHI) * \cos(DEC SOL))) \quad \text{avec:}$$

- ° AH = angle horaire = 15° par heure, compté depuis midi (signe - le matin)
- ° PHI = latitude de Rochefort
- ° DECSOL = déclinaison du Soleil
- ° H = hauteur imposée, ici = 20°

ANNEXE TECHNIQUE

1°) Paramètres primaires des cadrans (avec décimales superflues) :

Latitude de Rochefort : 45°34'59'' Nord, soit : 45.583056°
 Longitude de Rochefort : -5°43'22'' Est, soit : -5.7227778°
 soit une avance sur le temps UT de : 22m 53s 28t (adopté : 23m)
 Déclinaison du cadran méridional, adoptée : - 0°30' vers le sud-est
 Déclinaison du cadran occidental, adoptée : 89°00' vers le sud-ouest

2°) Justification des déclinaisons adoptées :

Le cadran méridional a été azimuté avec un soin extrême, par la méthode de l'ombre verticale d'un style droit implanté au centre de la table. Douze mesures ont été effectuées en mars 2010 ; leurs enregistrements vont être donnés. Puis, le 17 mars nous avons procédé à l'azimutage des murs sud et ouest par la méthode dite « du pique-Soleil » (planchette verticale) et par l'observation de l'ombre verticale sur le mur sud. La dispersion des résultats obtenus est d'une surprenante étroitesse, allant, pour le cadran méridional, de -0°46' à -0° 07'. Si l'on accueille la totalité des mesures, la déclinaison résultante vaut - 0°30'. Elle est insensible à l'élimination des extrêmes, puisque sa valeur ne devient alors que : -0°30' et 6/10^{ème} de minute d'angle. Nous avons adopté -0°30' au sud-est.

Le cadran ouest n'a pas pu bénéficier des mêmes tests puisque, en cette saison, l'ombre du style droit n'y est jamais verticale. Nous l'avons mesuré avec le pique-Soleil. Puis trois mesures ont été faites du 18 au 20 avril. Elles déterminent une déclinaison de 89° au sud-ouest. Les deux cadrans ne sont donc pas strictement complémentaires ; ils forment entre eux un angle à peine obtus, de 90°30'.

Dans le tableau ci-dessous, nous avons tenu à donner le calcul des angles horaires avec les décimales superflues, afin de montrer et de célébrer l'application apportée par les « observateurs de l'ombre » à leur mission quotidienne, aidés en cela par la montre télépilotée de la mairie.

Dates	Heures	DECSOL	EQdu Temps	Ang.Hor.	Déc/cadran
08/03/2010	12h 46m 08s	-4°49'14''	+10m 46.5s	-0°4397278	-0°34'
09/03/2010	12h 46m 12s	-4°25'47''	+10m 31.5s	-0°3605499	-0°28'
10/03/2010	12h 46m 37s	-4°02'16''	+10m 16.5s	-0°1938934	-0°15'
14/03/2010	12h 46m 00s	-2°27'48''	+9m 12.5s	-0°08139038	-0°07'
15/03/2010	12h 44m 50s	-2°04'06''	+8m 56s	-0°3022156	-0°25'
16/03/2010	12h 44m 35s	-1°40'24''	+8m39.5s	-0°2980499	-0°24'
17/03/2010	12h 44m 04s	-1°16'40''	+8m 22s	-0°3688965	-0°30'
18/03/2010	12h 43m 12s	-0°52'56''	+8m 04.5s	-0°4980622	-0°41'
19/03/2010	12h 43m ---	-0°29'12''	+7m47.5s	-0°4772187	-0°40'
22/03/2010	12h 42m 33s	+0°41'56''	+6m 54s	-0°3647156	-0°31'
24/03/2010	12h 41m 40s	+1°29'14''	+6m 18s	-0°4355622	-0°38'
18/04/2010	18h 46m 20s	+10°53'06''	-0m 38s	77°46445	88°48'
19/04/2010	18h 46m 00s	+11°11'02''	-0m 51s	77°43528	89°00'
20/04/2010	18h 45m 30s	+11°34'00''	-1m 06s	77°37278	89°15'

La mesure de la déclinaison d'un mur vertical à partir de l'ombre verticale d'un style droit se fonde sur le fait que lorsque le Soleil est perpendiculaire au mur, son azimut a même valeur que la déclinaison du mur. La formule est :

$$\tan(Az) = \sin(AH) / (\sin(PHI) * \cos(AH) - (\tan(DECSOL) * \cos(PHI)))$$

avec: ° Az = azimut recherché

° AH = angle horaire du Soleil, à raison de 15 degrés par heure

° PHI = latitude de Rochefort

° DECSOL = déclinaison du Soleil au moment de l'observation

3°) Angles des lignes horaires, avec midi qui est vertical, sur le cadran Sud.

L'angle formé par les lignes horaires d'un cadran vertical avec la ligne de midi (verticale) s'obtient par :

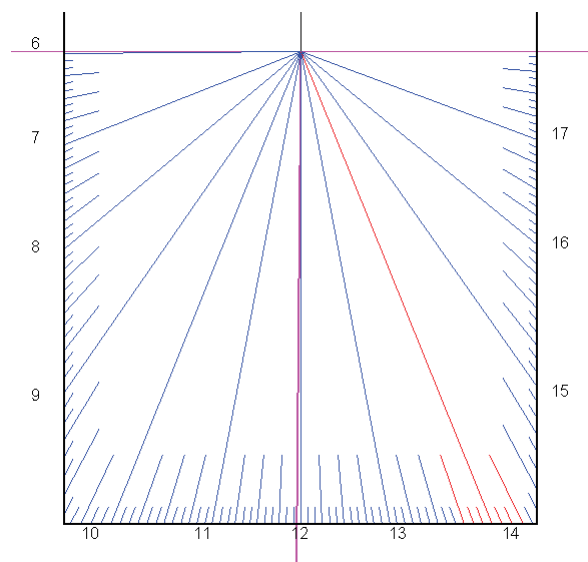
$$\tan(z) = \cos(\text{PHI}) / (\cos(\text{D}) * \cotg(\text{AH}) + \sin(\text{D}) * \sin(\text{PHI}))$$

- avec: ° z = angle cherché
 ° PHI = latitude de Rochefort
 ° D = déclinaison du cadran, ici -0°30'
 ° AH = angle horaire du Soleil à raison de 15 degrés par heure ronde, etc.

Remarque:

L'heure où l'ombre tombe sur la sous-styloire s'obtient par :

$$\text{Tan}(g) = \tan(\text{D}) / \sin(\text{PHI}) \quad [\text{à raison de } 1^\circ = 4 \text{ minutes de temps}]$$



Dessin par Solarium de P.J. Dallet

Heure	Ronde	¼ h	½ h	¾ h
12	0°	2°38'	5°16'	7°56'
13	10°38'	13°24'	16°12'	19°06'
14	22°04'	25°09'	28°21'	31°41'
15	35°09'	38°48'	42°36'	46°36'
16	50°47'	55°10'	59°46'	64°32'
17	69°30'	74°36'	79°50'	85°09'
18	(90°31')	-----	-----	-----
6	-89°29'	-84°09'	-78°51'	-73°40'
7	-68°36'	-63°43'	-59°00'	-54°30'
8	-50°11'	-46°04'	-42°08'	-38°24'
9	-34°49'	-31°24'	-28°07'	-24°58'
10	-21°56'	-18°59'	-16°08'	-13°20'
11	-10°36'	-7°55'	-5°16'	-2°38'

Le signe – marque les lignes avant midi.
 Degrés et minutes.

- ° Angle formé par la ligne sous-styloire avec XII : - 0°29'
- ° Angle aérien formé par le style avec sa sous-styloire : 44°25'
- ° En rose = ligne sous-styloire.
- ° Heure sous-styloire : XI h 57m 12s

A 17h 55m une discrète étoile propose son énigme à la sagacité des visiteurs.

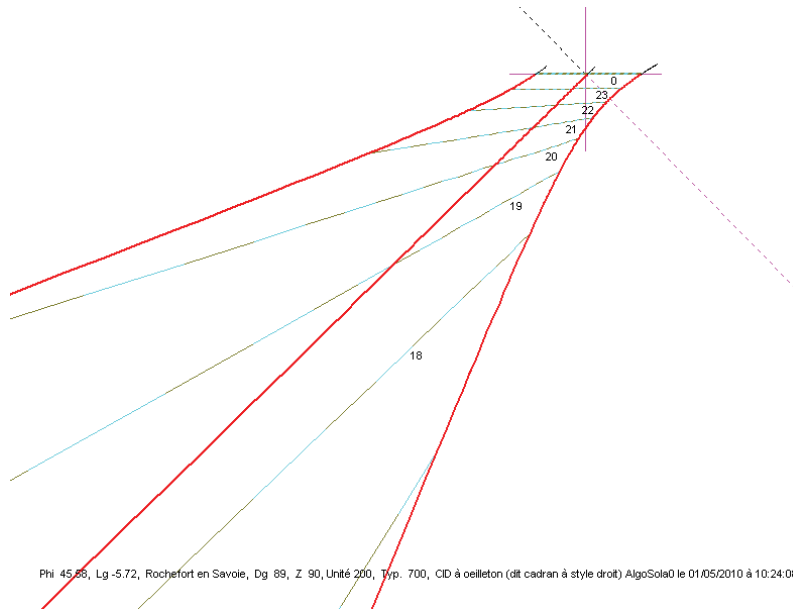
4°) Les coordonnées des lignes italiques.

On rappelle que les heures italiques décomptent en 24 tranches égales, la durée de la journée, à partir du coucher du Soleil, le jour J, et jusqu'à son coucher le jour J+1. Il n'est pas d'usage de les fractionner. Très souvent, comme ici, on donne à ces lignes d'heures italiques une numérotation inversée, valant leur écart à 24, pour en faire des lignes d'heures ad occasum et non plus ab occasu. Ainsi elles indiquent le temps qui reste avant le coucher du Soleil du jour présent. Sur un cadran occidental, cette configuration est particulièrement adaptée. En outre, c'est ici le graphisme qui sabre le moins la peinture du Verseau que chacun a voulu respecter.

La méthode utilisée pour les tracer et les valeurs qui les définissent, sont exposées sous l'image qu'elles ont engendrée, ci-dessous. Les constructions s'appuient sur un repère horizontal et un repère vertical (ligne des x'x et des y'y) qui se croisent sur le pied du style droit défini comme une tige horizontale, perpendiculaire au cadran, d'une longueur de 20 centimètres, pouvant être fléchée ou coiffée d'une boule, emboîtée jusqu'à son centre sur la tige, de façon à n'en pas modifier les indications. A Rochefort on a préféré une section nette.

Sur le dessin ci-après, où les deux repères, horizontal et vertical, figurent en violet, s'étagent les lignes italiques numérotées de 17 à 23, ce qui deviendra de -7 à -1, puisque l'horizon (zéro) ne se numérote pas. On voit que toutes les lignes possèdent une extrémité, à droite. Les 4 plus hautes ont aussi une extrémité à gauche. Les extrémités de gauche se placent sur l'arc (non tracé) du solstice d'hiver ; les extrémités de droite se placent sur l'arc (non tracé) du solstice d'été. Pour placer ces 4 lignes correctement il suffit donc de calculer la valeur en x et en y de leurs extrémités. Mais, les 4 lignes en dessous

n'apparaissent sur le cadran qu'amputées de leur extrémité gauche, ce qui est normal puisqu'elles ne seraient pas toujours activées entre octobre et mars.



Il a donc fallu leur attribuer une extrémité arbitraire, à gauche, en calculant les valeurs de leur passage sur d'autres arcs de dates moins proches du solstice d'hiver.

Le tableau ci dessous indique, pour toutes les lignes leurs extrémités théoriques et les dates où elles sont atteintes, par la déclinaison du Soleil, puis les extrémités arbitraires, choisies pour former le dessin, et la date où elles sont activées par l'ombre.

Ainsi en cas de restauration future, les paramètres utiles seront sauvegardés. Valeurs

x et y en millimètres sur le mur avec un style droit de 200 millimètres. C'est le pied du style droit qui fournit l'origine des deux axes, vertical et horizontal. Il est donc situé à x=0 et y=0.

Rang	Dec_1	x	y	Dec_2	x	y
0 h	-23°26'	-133,05	0			
	+23°26'	+143,36	0			
-1 h	-23°26'	-198,98	-39,70			
	+23°26'	+94,55	-35,56			
-2 h	-23°26'	-310,87	-95,39			
	+23°26'	+55,21	-71,55			
-3 h	-23°26'	-575,80	-208,74			
	+23°26'	+19,13	-113,06			
-4 h	-23°26'	-2446,65	-937,16	-19°03'	-1052,57	-495,29
	+23°26'	-18,91	-167,67			
-5 h	-12°33'	-3635,24	-2261,22	-5°29'	-872,35	-705,48
	+23°26'	-66,92	-251,95			
-6 h	+10°50'	-3084,21	-3225,51	+9°04'	-681,02	-928,64
	+23°26'	-146,95	-418,21			
-7h	+17°29'	-1325,17	-2492,24	+20°34'	-640,44	-1389,62
	+23°26'	-389,44	-985,43			

Les valeurs retenues sont surlignées en bleu pâle. On voit bien que :

1°) l'extrémité droite peut toujours être paramétrée le jour du solstice d'été (+23°26'), pour toutes les lignes.

2°) les extrémités gauche des heures -1, -2, -3 avant le coucher peuvent aussi être paramétrées au solstice d'hiver (-23°26')

3°) les extrémités gauche des heures -4, -5, -6, -7, doivent être paramétrées plus tôt dans l'année ; nous avons choisi les valeurs des trois dernières colonnes bleues à droite du tableau. C'est une simple commodité.

Si l'on avait décidé de tracer la droite équatoriale, son extrémité haute aurait pris naissance à 1 centimètre du pied du style et son extrémité basse, accessible, sur la ligne de -4 heures, aurait eu pour

coordonnées : $x = -238,78$ et $y = -237,36$. Pour -5 heures ce sera : -506,1 et - 499, 24. Puis on eût prolongé ad libitum, avec les symboles du Bélier et de la Balance.



Deux images-tests prises le 22 juin 2010.

BIBLIOGRAPHIE

Pour une initiation de grande qualité, on choisira :

° Denis SAVOIE ; Les Cadran solaires ; Ed. Belin (Pour la Science) ; 2003

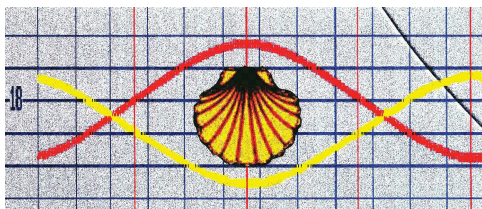
Pour approfondir, le traité de référence s'impose :

° Denis SAVOIE ; La Gnomonique ; Ed. Les Belles lettres ; 2007

Les logiciels majeurs de Pierre-Joseph DALLET se téléchargent librement et gratuitement sur le site : http://isheyvo.ens-lyon.fr/village_este. Cet outillage informatique nous a largement aidé pour établir le présent document.

L'étude du site de la Société Astronomique de France s'impose aussi à qui veut progresser en gnomonique.

COMPLÉMENT



L'azimut orthodromique de Saint-Jacques de Compostelle sera indiqué sur le mur, sous le cadran Ouest, par une plaque de pierre ou sera gravé le dessin ci-dessous. Les limites horizontales du dessin permettent d'accueillir les heures solaires vraies, de 15 à 20 (XV à XX). Le chiffre 18 serait à transformer en XVIII. Cette ligne suffit à donner l'échelle horizontale du graphique. Les lignages verticaux

bleus repèrent le premier jour du mois, tandis que les quatre lignes verticales rouges indiquent les dates des 21 mars, 21 juin, 22 septembre et 21 décembre.

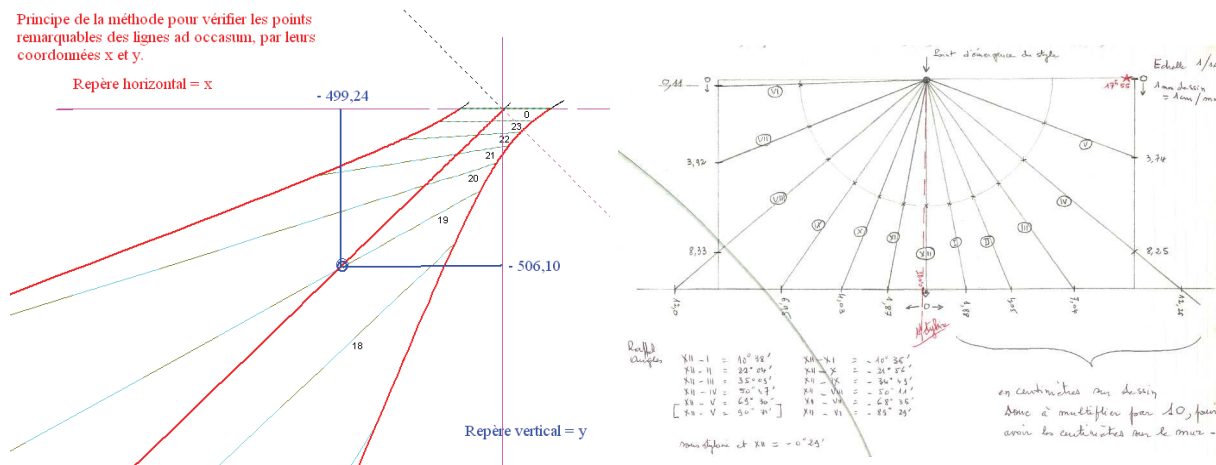
Le positionnement de cette pierre, sous le cadran au Verseau, se fera en alignant la verticale du 21 juin (axe de la coquille) sur la verticale d'azimut (non tracée) qui passerait 3,16cm à gauche de la verticale issue du pied du style droit. Cette distance de 3,16cm s'obtient par : $20\text{cm} * \tan(9^\circ)$.

Les 20cm sont la longueur du style et les 9° la différence entre l'azimut de Saint-Jacques (260°) et celui visé par le style droit (269°).

VÉRIFICATION

Méthode pour vérifier, sur le poncif, l'exactitude des lignes horaires ad occasum du cadran ouest. L'origine commune « 0 » du repère vertical et du repère horizontal est le pied du style droit de longueur réelle 200 millimètres (Schéma ci-dessous à gauche).

Et les lignes du méridional : (Schéma ci-dessous à droite).



EXAMEN CRITIQUE DES CADRANS LE 22/06/2010.

Une première journée de tests, le 22 juin 2010, peu ensoleillée, nous a, néanmoins, permis de réunir les informations suivantes. Chaque photo porte comme référence, l'heure légale à laquelle elle a été prise, suivie de la mention « bis », pour différencier les photos de cet album, découpées au plus près, de celles qui comportent plus de champ et qui composent un autre album. Les conversions heure légale / heure-cadran se font en ajoutant à l'heure-cadran un retard de 1h 39m (plus proche de 1h 39m que de 1h 38m).



- N° 1022_bis : il est 10h 22 légales, soit 8h 43m en heure-cadran. On voit que le transept fait encore de l'ombre. Le style est encore à l'ombre.

- N° 1051_bis : l'heure-cadran est environ 9h 15m. Compte-tenu du retard de 1h 39m il devrait être 10h 54m heure légale et il n'est que 10h 51m. On constate donc que le cadran AVANCE de 3 minutes.

- N° 1147_bis : l'heure-cadran doit être environ 10h 10m. Elle devrait correspondre à 11h 49 légales et il n'était que 11h 47. Le cadran AVANCE de 2 minutes.

- N° 1235_bis et 1235a_bis : nous avons essayé d'obtenir, au plus juste, 11 heures-cadran. L'heure légale correspondante était, évidemment, 12h 39, mais le cadran s'est aligné sur 11h 00m à 12h 35/36. Il AVANCE de 3 minutes au moins.

- N° 1335_bis : à 12h cadran, il était 13h 35m au lieu de 13h 39m escomptées. Le cadran AVANCE toujours de 4 minutes. L'ombre va passer la sous-styloire.

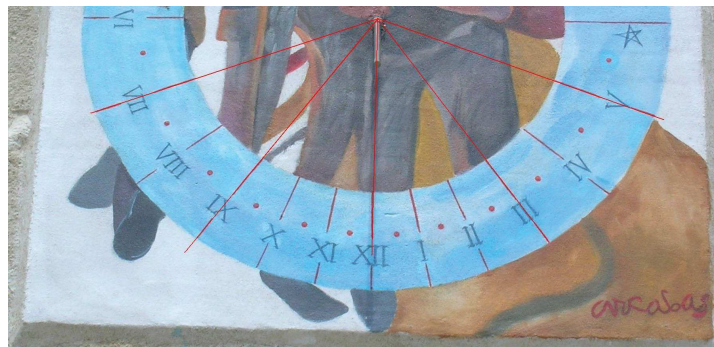
- N° 1400_bis : cette photo n'est pas un test, puisque l'hyperbole du solstice d'été n'est pas tracée, mais on voit bien que la pointe de l'ombre se place avant l'heure italique -7, ce qui est normal puisque le 22 juin, la durée du jour clair vaut 15 heures 30 minutes, avec un coucher à 19h 45m (heure-cadran) soit 21h 24m (heure légale). Donc, à 14h 00m légales l'heure italique vaut -7h 24m avant le coucher.

- N° 1425_bis et 1425a_bis : c'est à 14h 24m légales que la pointe de l'ombre devait tomber sur -7. Le nuage nous a fait attendre 1 minute de trop mais on distingue bien la pointe de l'ombre sur le tiret de -7. Le cadran au Verseau est juste. Son style est irréprochable.

- N° 1440_bis : retour aux Pèlerins . Nous avons l'heure du cadran à 13h 00m, pile. L'heure légale devrait être 14h 39m ; or il était déjà 14h 40m. Conclusion (mais à vérifier encore sur des heures plus tardives) : le soir, le cadran RETARDE de 1 minute. Il n'a pas été possible de vérifier si cette erreur se poursuit ou s'accroît dans l'après-midi. A titre provisoire, remarquons que 3 minutes d'avance matinale et 1 minute de retard après midi font en tout 4 minutes d'erreur soit tout juste 1 degré d'angle. Le cadran aux Pèlerins renferme donc une erreur, ou plus probablement, un certain nombre de petites erreurs, comme il en va de toute œuvre humaine ; mais la source principale de ces écarts découle de l'implantation du style polaire, effectuée après les tracés, et qui s'est heurtée à des difficultés de perçage qui eussent aisément été surmontées ou contournées si la peinture avait suivi la pose du style au lieu de la précéder. Ce n'est donc pas un cadran parfait, mais il reste un très bon cadran selon les normes usuelles.

- N° 1445_bis : retour au Verseau. Une dernière photo a pu être prise du Verseau à 14h 45m légales : on voit la pointe de l'ombre entre -7 et -6, bien sur l'hyperbole virtuelle du solstice d'été. Il n'est pas d'usage de fractionner les heures italiques, mais pour le test, on peut le faire ; alors on dira qu'entre 14h 24 et 14h 45 il s'est écoulé 20 minutes et, donc, l'ombre a remonté environ le tiers de l'espace compris entre -7 et -6. C'est bien ce qui apparaît ici.

Sur la dernière photo-test ci-contre, est examinée, par scrupule, l'éventualité d'une erreur de tracé qui aurait conduit à intervertir l'éventail horaire du matin avec celui du soir et réciproquement. On aurait pu l'envisager, compte tenu de la très faible différence entre les angles tabulaires du matin et leurs symétriques du soir, puisque le cadran ne décline que de 0°30' vers le Sud-Est. On établit, grâce au test qu'il n'en est rien.



Test: Pour expliquer l'erreur qui s'inverse à midi (exactement au franchissement de la sous-styloire), on a pu penser à une interversion des éventails horaires, celui du matin placé le soir et réciproquement. Comme le cadran est quasi-méridional, c'était une erreur envisageable; mais il n'en est rien. On mesure les angles sur l'écran entre XII et IX (40°) et entre XII et VII (73°). Sur l'épure ils mesurent 34°49' et 68°36'. Même manœuvre pour XII et III puis pour XII et VII (73°). Sur l'épure c'est 35°09' et 69°30'. Sur l'écran comme sur l'épure les grands angles sont à droite (après-midi). Ce qui est normal pour un cadran déclinant au Sud-Est. Les différences, en valeurs absolues sont dues à la déformation lors du passage de la photo à l'image-écran. Les éventails n'ont donc pas été intervertis.

Photo des deux cadrans:

Le cadran méridional représente les pèlerins d'Emmaüs. Ce symbole est un lien avec le renouvellement de la foi et l'espoir. Il renvoie au chemin des pèlerins de Compostelle qui passe à proximité de Rochefort.

Ce cadran comporte une énigme à déchiffrer. Cette énigme est un lien avec un événement historique qui s'est déroulé à Rochefort.



Le cadran occidental représente le Verseau. C'est un cadran italique (qui indique le nombre d'heures restant avant le coucher du soleil). Le thème est en relation avec le paysage : l'eau s'écoule de toutes parts au pied des falaises de Rochefort. Elle s'écoule comme le temps. Une pensée de Thalès, célèbre mathématicien et philosophe grec (vers 600 avant J.-C.) invite à la réflexion.

Sous le cadran, un tableau comportant deux ondulations est orné d'une coquille Saint-Jacques. La ligne supérieure indique les heures du coucher du soleil. La ligne inférieure, les heures qui passent par l'azimut de Saint-Jacques de Compostelle.

Le cadran méridional représente les pèlerins d'Emmaüs. Ce symbole est un lien avec le renouvellement de la foi et l'espoir. Il renvoie au chemin des pèlerins de Compostelle qui passe à proximité de Rochefort.





Volvelles lunaires des cadrans portables

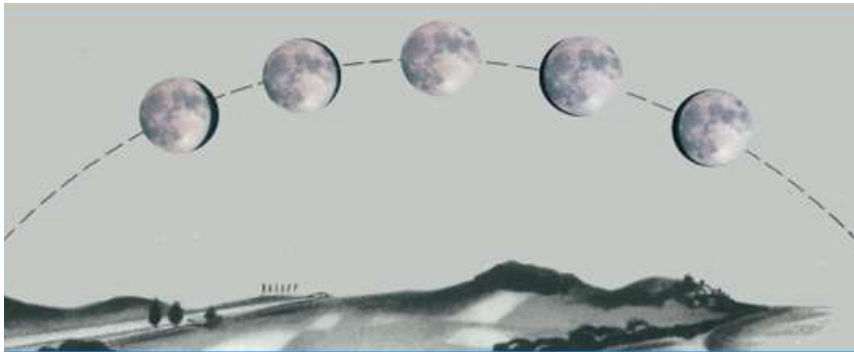
Par Gérard Oudenot

Lors de notre dernière réunion, nous avons vu que les cadrans portables en ivoire du Musée de Die, renfermaient des dispositifs tournant destinés à transformer l'heure lue sur l'un des cadrans solaires à la clarté de la Lune, en heure solaire. Ces dispositifs sont appelés volvelles lunaires et dans notre cas il s'agissait de "volvelles lunaires françaises de type 2". Il existe deux autres sortes de volvelles lunaires, la "volvelle lunaire française de type 1", et la "volvelle lunaire allemande standard". Nous allons parler maintenant de ces volvelles.

Volvelle lunaire française de type 2.

La volvelle lunaire française de type 2 est la plus simple : elle se compose d'une couronne fixe divisée en deux fois douze heures et d'un disque tournant divisé en trente parties, sur nos quatre cadrans. Sur d'autres cadrans, la division peut être de 29, 29,5 ou 31 parties.

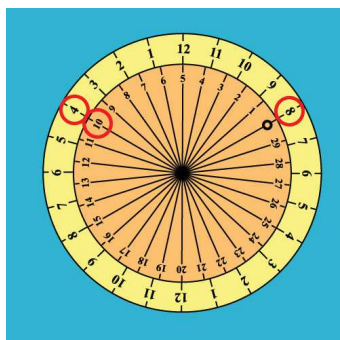
Ceci découle du fait que la Lune tourne autour de la Terre et revient en face du Soleil tous les 29,5 jours en moyenne ; c'est la lunaison, ou mois lunaire, ou révolution synodique, pendant laquelle la Lune nous déroule ses phases. Chaque jour la Lune se décale vers l'est de $12,2^\circ$ en moyenne par rapport au Soleil. Plaçons-nous à la Pleine Lune : ce jour-là, la Lune brillante va marquer une ombre sur le cadran.



Puisque la Pleine Lune est opposée au Soleil, l'heure solaire indiquée sera égale à l'heure lunaire lue, plus douze heures. Par exemple si l'heure indiquée est XII (midi), il sera midi plus 12, c'est-à-dire minuit. Le lendemain, la Lune se sera décalée de $12,2^\circ$ vers l'est, ce qui signifie que la Terre devra tourner de $12,2^\circ$ de plus, pour que l'ombre lunaire indique la même heure solaire. $12,2^\circ$ équivalent à 48,8 minutes ($12,2 \times 24 \times 60 / 360$), ou 48 minutes sur une lunaison de 30 jours, qu'on arrondi généralement à trois quarts d'heures. Donc le lendemain de la Pleine Lune, lorsque l'ombre de la Lune indiquera XII, il sera minuit et trois quarts. Et ainsi de suite pour les jours suivants. Pour ceux qui précèdent on procédera de la même manière, en enlevant, cette fois-ci, 45 minutes par jour qui précède la Pleine Lune.

La volvelle lunaire s'utilise de la manière suivante : On lit sur le cadran solaire, l'heure donnée par le clair de Lune ; ensuite on fixe l'ergot ou l'index de la roue mobile sur l'heure trouvée. Puis on cherche, sur la roue mobile, la position qui correspond au nombre de jours qui se sont écoulés depuis la nouvelle Lune, c'est à dire l'âge de la Lune (le 1 correspond à la

nouvelle lune et le 15 approximativement à la pleine lune) ; il suffit alors de lire sur le disque fixe, en face de l'âge de la Lune, l'heure solaire.

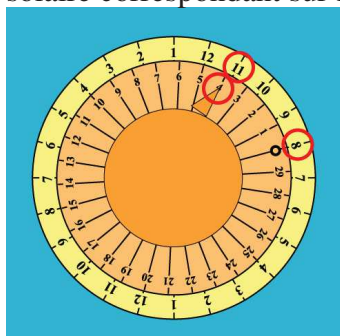


Par exemple, si l'index montre que l'ombre lunaire indiquait 8 heures et que nous sommes 10 jours après la nouvelle Lune, nous voyons sur le disque fixe que ceci correspond à $8 + 10 \times (48/60) + 12 = 28$ heures solaires, donc 4 h du matin.

Volvelle lunaire française de type 1.

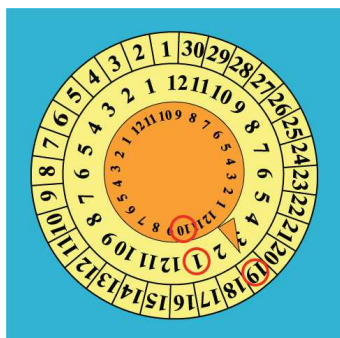
La volvelle lunaire française de type I possède deux disques tournant et une couronne fixe extérieure. Le premier disque tournant (central) possède simplement un pointeur et pas d'échelle. Le second disque tournant, plus large, repose sous le premier. Ce disque a un pointeur et porte sur son pourtour le mois lunaire. L'échelle extérieure numérotée de 1 à 12, deux fois, est gravée dans l'ivoire ou sur un troisième disque métallique fixe.

Pour trouver l'heure avec cette volvelle, on commence par lire sur le cadran solaire, l'heure donnée par le clair de Lune, comme avec la volvelle précédente. Puis on place le pointeur du disque tournant inférieur sur l'heure lue, devant l'échelle extérieure fixe. Gardant ce disque immobile, on place le pointeur du disque supérieur à l'âge de la Lune devant l'échelle du disque tournant inférieur. Le pointeur du disque supérieur indique alors le temps solaire correspondant sur l'échelle extérieure fixe.



Reprenons notre exemple, avec une ombre lunaire qui indique 8 heures et que nous soyons 4 jours après la nouvelle Lune. Nous plaçons le pointeur du disque tournant inférieur sur 8 heures, puis le pointeur du disque supérieur sur 4, et nous lisons sur le disque fixe : un peu plus de 11 h ; ce qui se justifie par : $8 + 4 \times (48/60) + 12 = 23,2$ heures solaires, donc 11 h 12 m du soir. Si nous reprenons l'exemple de la volvelle de type 2, nous retrouvons bien 4 h du matin, ce qui est heureux !

Volvelle lunaire allemande standard.



La volvelle lunaire allemande standard possède trois disques, un mobile et deux fixes. L'échelle intérieure est portée par un disque de laiton, avec pointeur. La circonférence du disque est divisée en 24 parties, numérotées de 1 à 12, deux fois. Les deux autres échelles sont gravées dans l'ivoire ; l'échelle intermédiaire est numérotée de 1 à 12, deux fois, et la plus extérieure porte le mois lunaire.

L'utilisation de la volvelle lunaire allemande standard est la suivante. Comme pour les volvelles françaises, on commence par lire l'heure indiquée à la lumière de la Lune. On place ensuite le pointeur du disque mobile à l'âge de la Lune, sur l'échelle extérieure. Une fois ceci fait, le temps solaire local est le temps correspondant sur l'échelle du milieu au "temps lunaire" lu sur l'échelle du disque mobile.

Par exemple, si l'ombre lunaire indique 10 heures et que nous sommes 19 jours après la nouvelle Lune, nous lisons sur le disque du milieu un peu plus de 13 heures.

Remarquons que les volvelles précédentes peuvent être utilisées pour connaître l'horaire des marées, pour un port donné. Si l'on connaît l'heure de la basse ou haute mer en

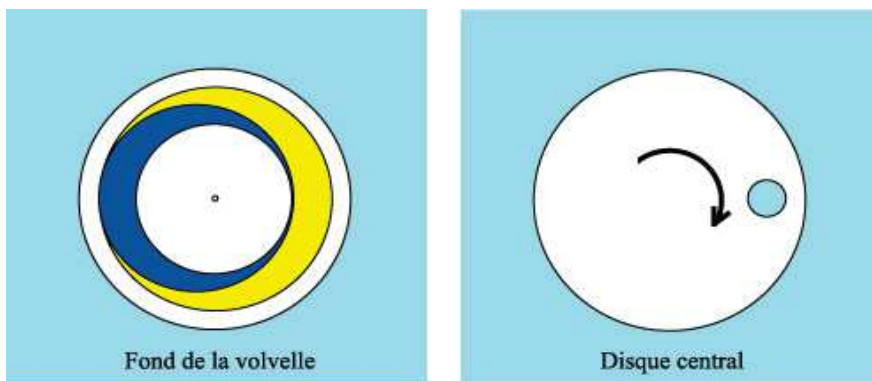
un lieu donné, pour la nouvelle lune ou la pleine lune, il suffit de fixer l'index de la volvelle sur cette heure. On pourra ainsi lire les heures correspondantes pour les jours qui suivent.

La phase lunaire schématique.

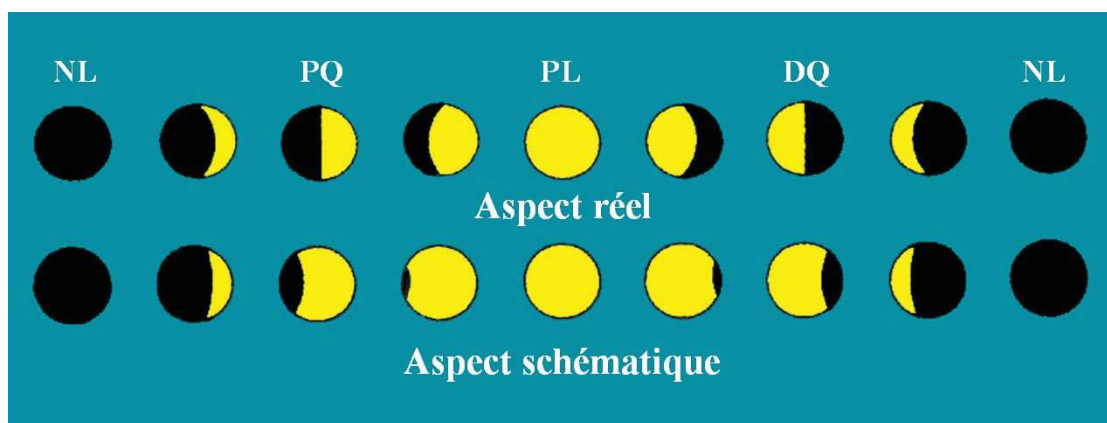


Souvent le disque le plus petit des volvelles est percé d'un trou qui montre la phase de la Lune, ou du moins en donne un aspect schématique ; ce qui fournit un aspect visuel approximatif de l'âge de la Lune. L'aspect schématique de la Lune qui apparaît à travers le trou, provient du fait qu'il n'existe pas de manière simple de représenter la phase lunaire par la rotation d'un disque ajouré.

Le principe de la représentation schématique repose sur la rotation du disque de la volvelle au dessus d'une bande colorée excentrée. Suivant l'angle du disque par rapport au fond, on apercevra plus ou moins de "phase" lunaire.

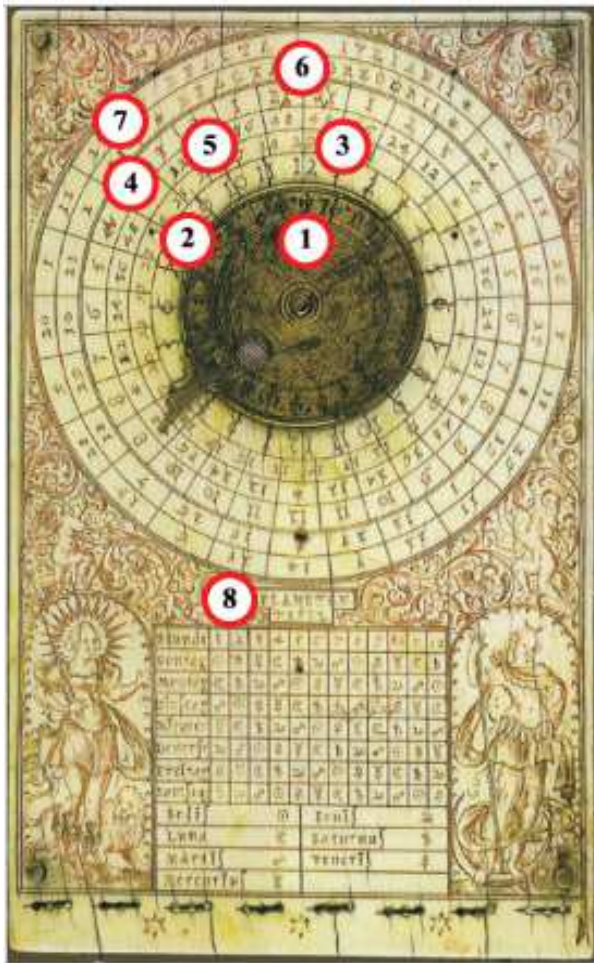


Ce qui donnera l'aspect suivant :



Les autres informations données par les volvelles lunaires.

Certaines volvelles lunaires sont entourées par des couronnes autres qui donnent les heures ou l'âge de la Lune. Elles indiquent, par exemple, directement la différence entre le temps solaire et le temps lunaire, ou les épactes qui permettent la détermination des dates de célébration des fêtes religieuses. Voyons ceci sur un cadran qui en renferme plusieurs, réalisé par le cadranier Hans Troschel le jeune, en 1618.



1 - Le disque mobile de cette volvelle de type allemand est divisé de manière classique en 24 parties (deux fois de 1 à 12), avec le trou qui laisse voir la phase schématisée de la Lune.

2 - La première couronne est divisée en 24 parties (deux fois de 1 à 12).

3 - La deuxième couronne est divisée en 30 parties, correspondant à l'âge ou phase de la Lune.

4 et 5 - Les troisième et quatrième couronnes donnant directement la différence entre le temps lunaire et le temps solaire.

6 - La cinquième couronne donne les épactes grégoriennes à partir de 1609.

L'épacte est un nombre qui indique l'âge de la Lune au début de l'année. À partir de cela, on peut calculer la date des fêtes religieuses mobiles (Pâques en particulier) pour cette année.

Sur une période de 19 ans (cycle de Méton), les épactes données sur cette volvelle sont : 24, 5, 16, 27, 8, 19, 1, 12, 23, 4, 15, 26, 7,

18, 29, 10, 2, 13. Cette séquence se répète tous les 19 ans et est valable jusqu'en 1699. Remarquons que ces épactes commencent en 1609 (modulo 19) et que le cadran est daté de 1618.

7 - La sixième couronne donne les épactes juliennes à partir de 1609.

Pour des raisons politiques et religieuses le calendrier Grégorien ne fut pas adopté partout à partir de 1582. Aussi on trouve souvent, comme ici, la liste des épactes Juliennes pour la même période : 4, 15, 26, 7, 18, 29, 11, 22, 3, 14, 25, 6, 17, 28, 9, 20, 1, 12, 23.

8 - Table des heures planétaires.

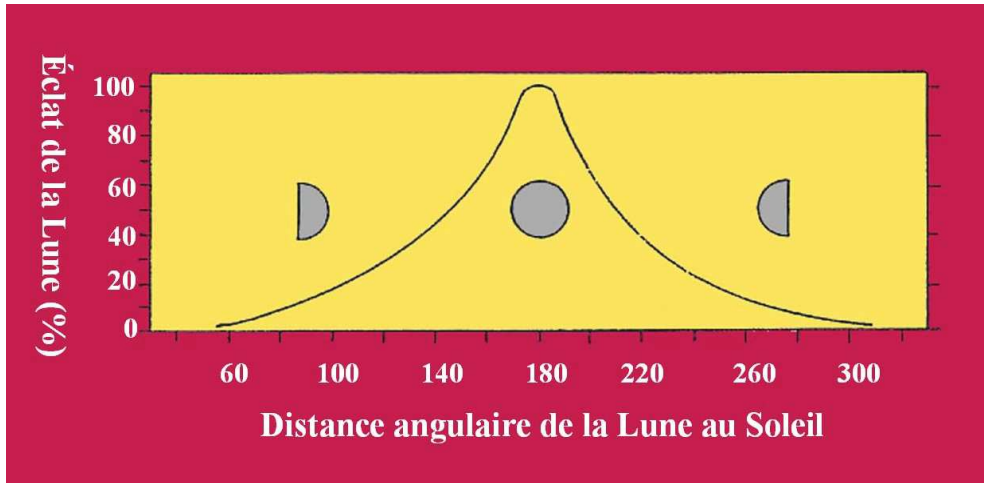
D'un point de vue astrologique, les heures planétaires, correspondent à la planète dominante pour un jour et une heure donnée. Attention, les heures planétaires sont des heures temporaires, c'est-à-dire que chaque heure correspond à un douzième de la période comprise entre le lever et le coucher du Soleil, pour ce jour là.

Par définition, la première heure du jour est dominée par la planète qui donne son nom à ce jour.

L'éclat de la lune.

Comme nous l'avons déjà exposé à propos des cadrans solaires portables du musée de Die, remarquons que la luminosité de la Lune diminue très rapidement après ou avant la pleine Lune, au troisième jour (après ou avant la pleine Lune), elle n'a déjà plus que 35% de l'éclat qu'elle avait à la pleine Lune. La Lune ne portera donc ombre que quelques jours autour de la pleine Lune. Il est donc illusoire de penser qu'on peut utiliser la volvelle tout au

long du mois lunaire, mais comme je le disais plus haut, ces cadrans étaient surtout destinés à montrer l'érudition de leur propriétaire, ils avaient un caractère décoratif certain, étaient réalisés avec un soin que leur précision ne justifiait pas, et ajoutons qu'ils possédaient un caractère pédagogique évident, avec leurs possibilités d'expliquer les principaux mouvements du Soleil (en fait de la Terre) et de la Lune.



Si vous avez perdu le Nord...

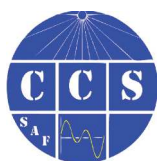
Boussole de déclinaison

fer, laiton, pierre calcaire (Augsburg vers 1775)

Ce type de boussole sert à mesurer la différence angulaire entre le Nord géographique et le Nord magnétique (déclinaison magnétique). Cet instrument fut donné à l'Observatoire de Genève en 1781 par le Prince-Electeur Karl Théodor de Hesse, fondateur de la première société internationale de météorologie.



Photos de Philippe Sauvageot (prises à travers une vitrine) au Musée d'histoire des sciences de la Ville de Genève



Cadran à heures sidérales

Par Jean Pakhomoff

Considérations sur le tracé et la lecture d'un cadran à heures sidérales

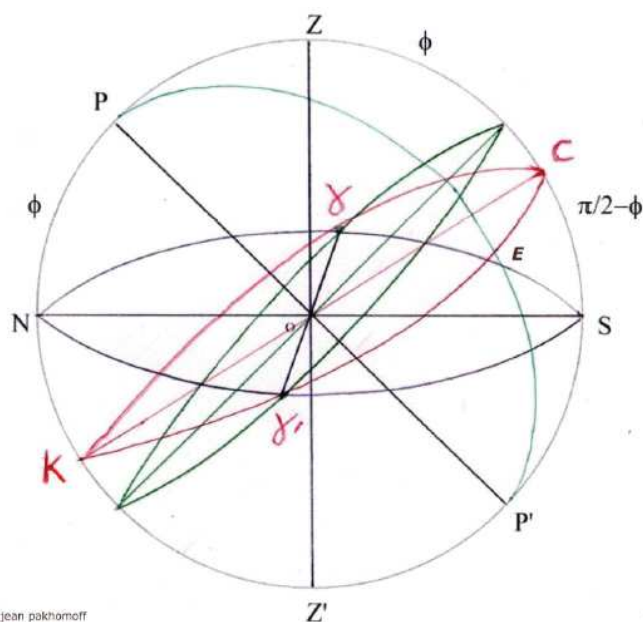
1- Tracé du cadran

On se servira pour cela de points communs et de points remarquables.

a) tracé par les points communs.

Prenons le cas de la figure 1 qui représente la sphère céleste de pôle P à 18 heures sidérales. L'écliptique est en rouge et l'équateur céleste en vert.

L'horizon NS en noir. γ se lève à l'horizon Est, γ' se couche à l'Ouest, le début du Capricorne passe en C au méridien et le début du Cancer passe en K à l'anté-méridien.



jean pakhomoff

Fig 1

A 18 heures sidérales l'angle horaire de γ sur l'équateur est de 270° et celui du début du Capricorne 0° . Il nous faudra rechercher l'angle horaire de chaque point de début de signe zodiacal pour l'heure sidérale envisagée. On se servira pour cela de la formule classique $\sin d = \sin e \sin l$ (1) où d est la déclinaison, e la valeur d'epsilon et l la longitude écliptique du point envisagé. Connaissant d on tire l'ascension droite a en se servant de la relation $\cos a = \cos l / \cos d$ (2). On affine le résultat en donnant à epsilon une valeur approchée de la réalité en considérant sa variation perpétuelle, bien que faible, dûe à différents mouvements de la planète. On se sert

de la relation $e = e_p - k$ où e_p (3) est la valeur d'epsilon au 1/1/1900 ($23^\circ 27' 8.26''$) et $k = 0.46845'' t$ (t étant le nombre d'années écoulées depuis le 1/1/1900).

Une fois la valeur de a connu on tire l'angle horaire h par soustraction de a au temps sidéral envisagé. La connaissance de cet angle horaire et de la déclinaison nous permet alors de calculer les coordonnées x et y de l'intersection du rayon provenant de ce point de l'écliptique et passant par un point de notre style avec le plan du cadran.

2 points quelconques de l'écliptique fixé à une heure sidérale déterminée permettront alors en joignant leur image sur le cadran de donner la ligne de coupe du plan de l'écliptique avec le plan du cadran. Cette ligne sera l'image de notre heure sidérale.

Ainsi, en appliquant (3) au mois de Janvier 2004 on trouve $e = 23.43876^\circ$ ($23^\circ 26' 19''$).

On commence par le calcul de l'angle horaire de chaque début de signe zodiacal à 18 h

sidérale. Il ne nous reste plus qu'à ajouter 15° à chacun de ces résultats quand on passe à l'heure sidérale suivante.

Ainsi pour le Capricorne à 18 h sidérale on a vu que $h = 0^\circ$. A 19 h sidérale $h = 15^\circ$, à 20 h sidérale $h = 30^\circ$ etc...

Pour $e = 23.43876$ (janvier 2004) on trouve pour le Verseau ($l = 300^\circ$) à 18 h sidérale $a = 302.18115^\circ$ et $h = 327.8188^\circ$ (32.1812° anté-méridien).

Lorsque $h > 180^\circ$ je me sers de h (anté-méridien) = $2\pi - h$ pour le calcul des coordonnées x et y précédemment évoquées. Mais on peut utiliser d'autres façons de faire.

A 19 h sidérale h sera égal à $327.8188^\circ + 15^\circ = 342.8188^\circ$ ou 17.1812° anté-méridien. A 20 h sidérale h sera égal à 357.8188° ou 2.1812° a-m.

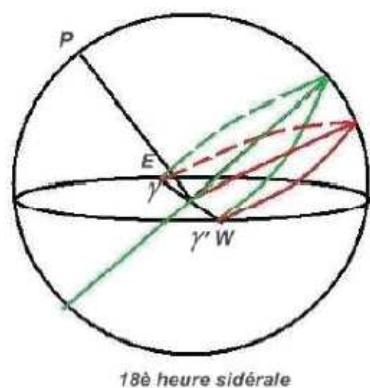
A 21 h sidérale h sera égal à $357.8188^\circ + 15^\circ = 372.8188^\circ \Leftrightarrow 12.8188^\circ$ post-méridien. Et ainsi de suite...

On peut donc dresser un tableau de toutes les valeurs de ces angles horaires de début de signes zodiacaux pour chaque heure sidérale. Puis ne retenir que les valeurs compatibles avec les heures d'ensoleillement du cadran (et sa taille). Un [programme gw basic](#) permet de trouver ces angles horaires.

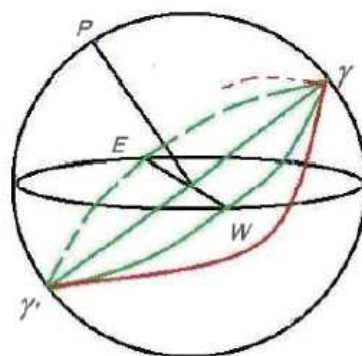
Remarque: si un angle horaire donne des x, y hors du cadran on peut faire varier la longitude écliptique en plus ou en moins pour essayer de trouver un point plus favorable au tracé de la même heure sidérale.

b) tracé par les points remarquables.

b1- Points sur la méridienne.



18è heure sidérale



Heure sidérale 0 ou 24

Sur la figure 1' est représentée la 18ème heure sidérale avec γ se levant sur le point cardinal Est et γ' se couchant sur le cardinal Ouest (w). 6 heures après nous nous trouvons dans le cas de la 24ème heure sidérale ou 0 heure sidérale. γ passe au méridien et γ' à l'anti-méridien.

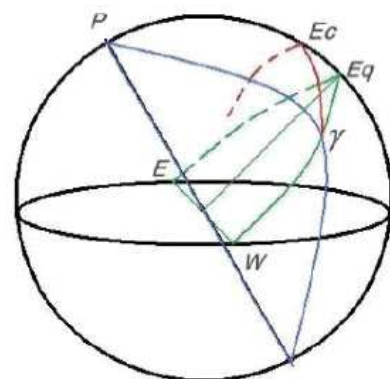


Fig 1'

γ parcourt ensuite l'équateur céleste et nous prenons le cas de la 1ère ou 2ème ou 3ème heure sidérale... Pour la 1ère heure nous aurons l'arc γEq égal à 15° . Pour la 2ème heure $\gamma Eq = 30^\circ$ etc... On sait que dans un triangle sphérique rectangle le rapport de la tangente d'un côté de l'angle droit à la tangente de l'angle opposé est égal au sinus de l'autre côté de l'angle droit. Le triangle $EcEq\gamma$ rectangle en Eq permet alors d'écrire:

$$\text{tg } EcEq / \text{tg } Ec\gamma Eq = \sin Eq \gamma$$

$EcEq$ étant la déclinaison δ du point de l'écliptique passant au méridien à l'heure sidérale considérée, γEq étant l'ascension droite α de gamma c'est-à-dire son angle horaire

et l'angle $\text{Ec}\gamma\text{Eq}$ étant l'angle epsilon entre l'équateur et l'écliptique.

On a donc $\text{tg } \delta = \text{tg } \varepsilon \sin \alpha$

En septembre 2010 ε est proche de 23.4378° . En faisant varier α de 0 à 345° on trouve les valeurs suivantes pour δ :

Heure sidérale	angle horaire de γ en $^\circ$	δ en $^\circ$	Heure sidérale	angle horaire de γ en $^\circ$	δ en $^\circ$
0 (24)	0	0	13	195	-6,4
1	15	6,402	14	210	-12,230
2	30	12,230	15	225	-17,042
3	45	17,042	16	240	-20,578
4	60	20,578	17	255	-22,721
5	75	22,721	18	270	-23,4378
6	90	23,4378	19	285	-22,721
7	105	22,721	20	300	-20,578
8	120	20,578	21	315	-17,042
9	135	17,042	22	330	-12,230
10	150	12,230	23	345	-6,402
11	165	6,40	24 (0)	360	0
12	180	0			

Ce tableau montre que les heures de rang symétrique par rapport à la 6ème ou à la 18ème lors de leur passage au méridien correspondent à des points d'écliptique ayant même déclinaison. Par exemple la 5ème et 7ème, la 4ème et la 8ème, la 17ème et la 19ème, la 16ème et la 20ème etc...

Au méridien la hauteur de ces points est égale à $\pi/2 - f + d$ où f est la latitude du lieu. Donc les heures symétriques par rapport à 18 h sidérale ou 6h sidérale s'entrecroisent sur la méridienne à cette même hauteur. La connaissance de cette propriété est un bon moyen pour augmenter la précision de leur tracé.

La 6ème tangente l'arc diurne du tropique du Cancer sur la méridienne alors que la 18ème y tangente l'arc du tropique du Capricorne.

b2- Points sur les solstices.

Une heure après être passé au méridien le point C de début du capricorne se trouve sur l'heure sidérale suivante c'est-à-dire à 19 h sidérale (fig 2).

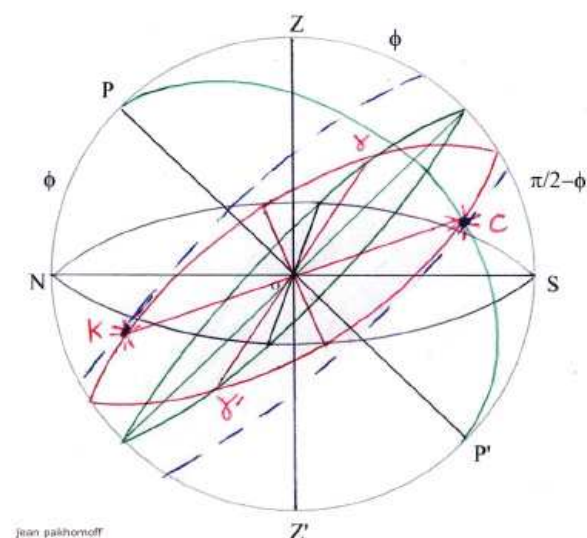


Fig 2

Ce point est alors sur le cercle horaire correspondant à la 13ème heure solaire (1ère heure après le passage au méridien). 1 heure encore après, à la 20ème heure sidérale ce point sera sur le cercle horaire de la 14ème heure solaire. De même 1 heure avant 18 heure sidérale, à 17 heures sidérales, on trouvait ce point sur la 11ème heure solaire (1 heure avant le passage au méridien).

Il y a donc passage de la 19 ème heure sidérale par le point commun au solstice d'hiver (arc diurne du Capricorne) et au cercle horaire de la 13ème heure solaire. De même passage de la 20ème par le point commun à ce même solstice et au cercle horaire de la 14 ème heure solaire. Etc...

A 6 heures sidérales le début du Cancer passe au méridien. C'est le coucher de γ et le lever de γ' au point Est. Par le même raisonnement que ci-dessus on pourra dire que la 7^{ème} heure sidérale passe par le point commun au solstice d'été (arc diurne du tropique du cancer) et à la 13^{ème} heure solaire; que la 8^{ème} heure sidérale passe par le point commun de ce solstice avec le cercle horaire de la 14^{ème} heure solaire; que la 5^{ème} heure sidérale passe par le point commun de ce solstice avec le cercle horaire de la 11^{ème} heure solaire etc...

b3- Points sur l'équinoxiale.

Regardons la figure 3 où est représentée une sphère céleste à 18 heure et 6 heure sidérale. Dans ces 2 cas l'écliptique et l'équateur céleste ont leur intersection sur le grand cercle de l'horizon.

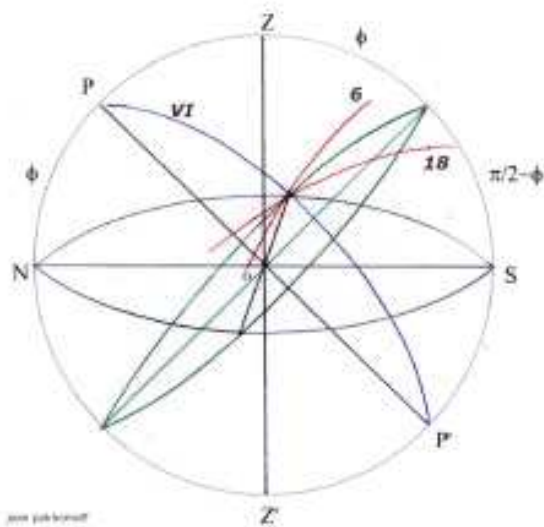


Fig 3

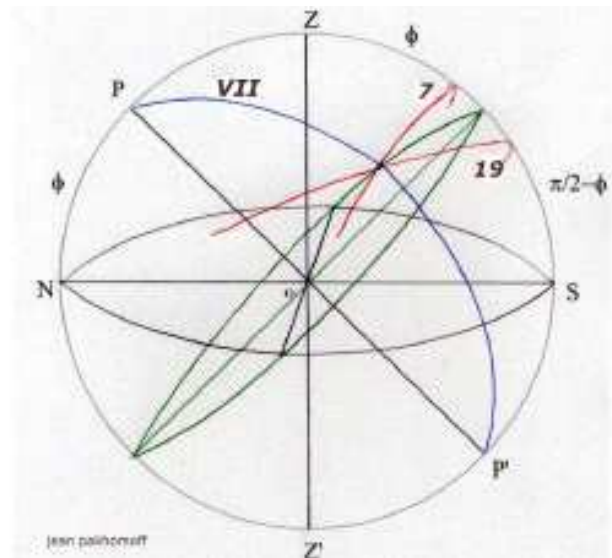


Fig 4

Ici le point Est des levers est seul représenté mais il en va de même pour le point Ouest. Cette intersection commune se fait pour les levers sur le cercle horaire correspondant à la VI^{ème} heure solaire (du matin correspondant à l'angle horaire 270°). 1 heure plus tard cette intersection va se faire sur le cercle horaire suivant correspondant à la VII^{ème} heure solaire et on sera alors dans la configuration des heures sidérales suivantes c'est-à-dire 7 ou 19. Donc tout au long de l'équateur céleste et sur le cadran son image gnomonique, c'est-à-dire l'équinoxiale, les heures sidérales s'entrecroisent avec leurs opposées.

Le point commun à la 6^{ème} et 18^{ème} coupant l'horizon Est sur VI heure solaire du matin et l'horizon Ouest sur VI heure solaire du soir. On voit très bien cela sur le cadran à queue de chat sur le site exposé.

Ensuite les 7^{ème} et 19^{ème} se couperont sur l'équinoxiale à sa rencontre avec la VII^{ème} heure solaire du matin, puis 8^{ème} et 20^{ème} avec la VIII^{ème}, 9^{ème} et 21^{ème} avec la IX^{ème}, 10^{ème} et 22^{ème} avec la X^{ème},...,les 12^{ème} et 24^{ème} (0) se coupant au croisement de la méridienne avec l'équinoxiale.....etc....

Ainsi, à partir de quelques points communs et remarquables il nous sera possible de tracer assez facilement un cadran solaire à heures sidérales.

2- Lecture du cadran

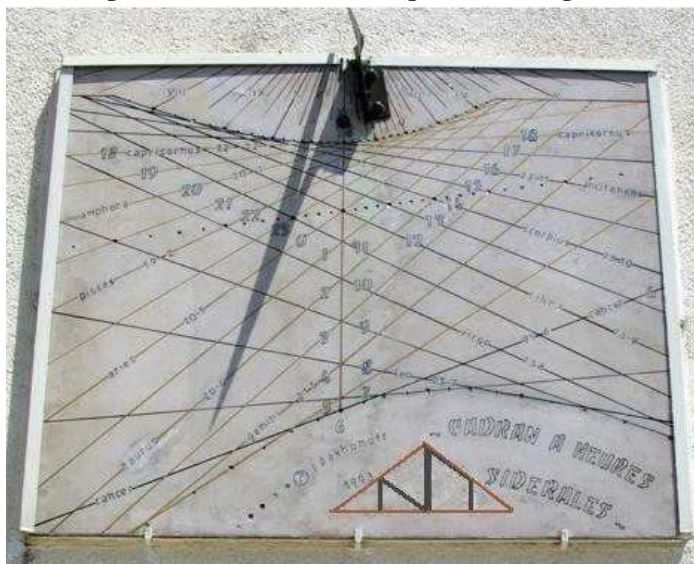
La lecture de l'heure sidérale, une fois ces heures tracées sur le cadran, peut sembler quelque peu difficile. En effet, comme il en est pour les arcs diurnes zodiacaux avec les dates,

chaque point du cadran peut correspondre à deux heures différentes. Ainsi la photo ci-dessus montre le bout du style près de 3 heures ou de 7 heures.

Il nous faudra donc savoir comment retenir la bonne heure. Pour cela nous calculerons pour une latitude correspondante à celle de l'implantation du cadran et pour un temps sidéral donné (que nous ferons varier de 0 à 23 heures) l'ascendant, le nonagésime et le descendant sur l'horizon du cadran.

Nous nous aidons pour cela du programme NONASAL2 donné en annexe, écrit en gw basic, version simplifiée du programme NONAS employé dans la domification de Régiomontanus.

Pour un horizon de latitude nord 46°, correspondant à la latitude moyenne de la France, avec epsilon égal ce 11 septembre 2010 à 23.4379° nous obtenons les nonagésimes suivants :



Heure sidérale	Nonagésime	Heure sidérale	Nonagésime
0	22,38° Bélier	12	157.61° Vierge
1	33.91° Taureau	13	169.76° Vierge
2	45.15° Taureau	14	183.09° Balance
3	56.3° Taureau	15	198.52° Balance
4	67.48° Gémeaux	16	217.42° Scorpion
5	78.72° Gémeaux	17	241.38° Sagittaire
6	90° Cancer	18	270° Capricorne
7	101.27° Cancer	19	298.61° Capricorne
8	112.51° Cancer	20	322.57° Verseau
9	123.69° Lion	21	341.47° Poissons
10	134.84° Lion	22	356.9° Poissons
11	146.08° Lion	23	10.23° Bélier

On voit que les heures sidérales de la 12ème à la 24ème correspondent aux signes zodiacaux de l'automne et de l'hiver passant vers la mi-journée dans les zones hautes du ciel diurne.



Lat: 43°21'4" N; Long: -5°24'50" E
 Déclinaison gnomonique: 54°50'13" N (234°50'13")
<http://www.pakhomoff.net/hs1.html>
<http://www.pakhomoff.net/cadchat.html>

De même les heures sidérales de la 0 à la 11ème correspondent aux signes zodiacaux du printemps et de l'été passant vers la mi-journée dans les zones méridiennes (hautes du ciel diurne).

On pourra en conclure que sur le cadran les heures 0 à 11 correspondront aux déclinaisons positives du printemps et de l'été et que les heures 12 à 24 correspondront aux déclinaisons négatives de l'automne et de l'hiver.

En hiver c'est l'heure 18 qui fera référence car nonagésime et milieu du ciel s'intercepteront sur la méridienne: les heures lues seront proches et de part et d'autre de 18.

En été c'est la 6ème heure qui fera référence car nonagésime et milieu du ciel s'intercepteront également sur la méridienne: les heures lues seront proches et de part et d'autre de 6.

Au printemps γ sur l'équateur sera au méridien à 0 heure sidérale. C'est donc cette heure 0 qui fera référence au printemps: les heures lues seront proches et de part et d'autre de 0.

A l'automne γ' sur l'équateur se trouvera au méridien à 12 heure sidérale. C'est donc cette heure 12 qui fera référence à l'automne: les heures lues seront proches et de part et d'autre de 12.

Lieu géométrique décrit sur le cadran solaire par le déplacement du nonagésime à chaque heure sidérale.

Rappelons la définition que l'on trouve dans le dictionnaire de Français Littré:

Terme d'astronomie. Le nonagésime degré, ou, simplement, le nonagésime, le plus haut point de l'écliptique, le point qui est éloigné de quatre-vingt-dix degrés des points où l'écliptique coupe l'horizon.

<http://littre.reverso.net/dictionnaire-francais/definition/nonag%C3%A9sime/50979>

Lors de la 18ème heure sidérale et de la 6ème les grands cercles de l'écliptique et de l'équateur céleste ont leurs intersections sur le grand cercle de l'horizon aux points Est et Ouest. Seulement dans ces deux cas le nonagésime c'est-à-dire la moitié du zodiaque au-dessus de l'horizon se situe dans le plan méridien.

A la 18ème heure l'entrée du Capricorne est au Milieu du Ciel et à la 6ème heure c'est l'entrée en Cancer qui s'y trouve. (le Milieu du Ciel correspond au point d'intersection de l'écliptique avec le plan méridien).

Pour toutes les autres heures sidérales le nonagésime n'est pas sur le méridien. Pour certaines heures il se situe avant le passage au méridien et pour d'autres il se situe après.

Il peut être intéressant de situer ces différentes positions du nonagésime et d'en tracer une courbe sur le cadran solaire.

Pour cela il nous faut connaître la longitude écliptique du nonagésime pour chaque heure sidérale. Nous avons montré dans notre travail: <http://www.pakhomoff.net/domifica1.html> sur la domification de Régiomontanus comment y parvenir. Le programme en découlant se trouve à l'adresse: <http://www.pakhomoff.net/nonagbaspdf.pdf>

Ce programme nous permet de tracer le tableau comportant: HS=heure sidérale; ASC=ascendant; NONA=nonagésime; DESC=descendant; AZ; ASC=azimut de l'ascendant...; Ht MC=hauteur du Milieu du Ciel; Ht NONA=hauteur du Nonagésime. (Voir tableau en annexe de la version numérique de Cadran-Info).

Une fois connue la longitude écliptique du nonagésime nous employons alors notre programme cadsid <http://www.pakhomoff.net/CADSID5pdf.pdf> (visible en annexe de la version numérique de Cadran-Info) pour calculer la déclinaison et l'angle horaire du nonagésime.

Ce programme découle de l'application des formules classiques:

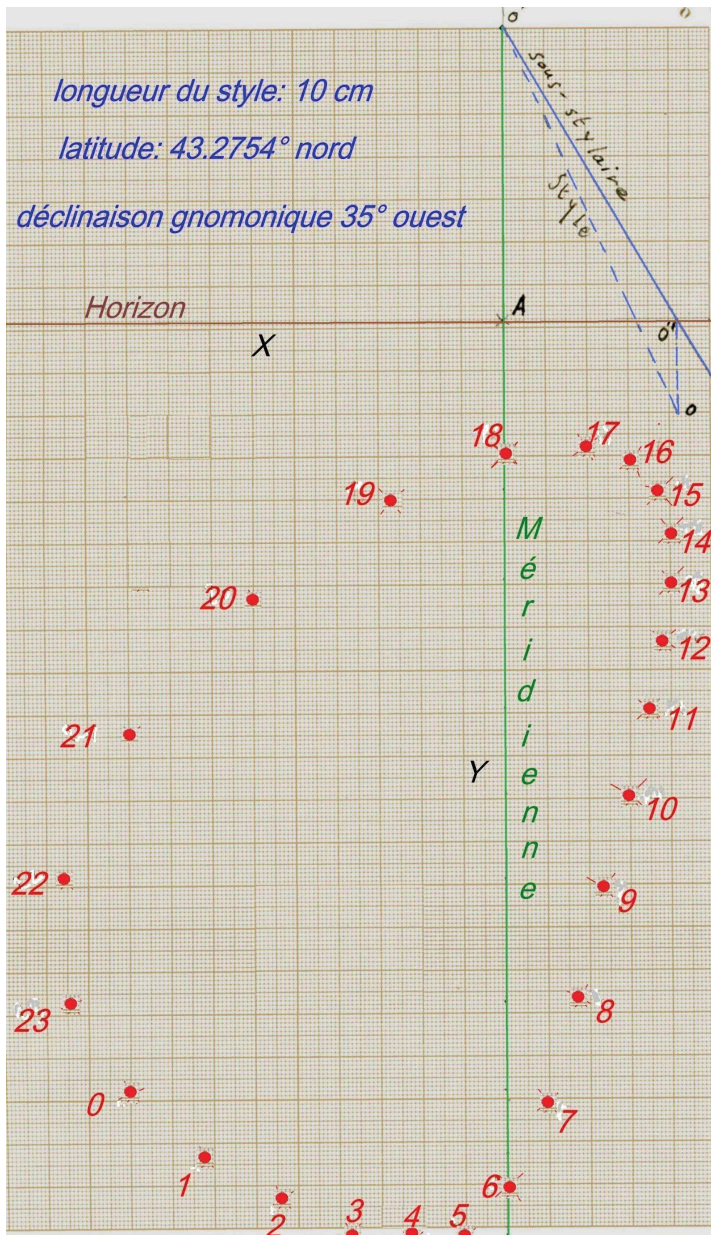
$$\text{SIN}(D) = \text{SIN}(E) * \text{SIN}(L)$$

$$\text{COS}(A) = \text{COS}(L) / \text{COS}(D)$$

où D représente la déclinaison d'un point de l'écliptique, E la valeur d'epsilon et L la longitude écliptique considérée. A étant l'ascension droite de ce point.

Il est alors aisé de tracer sur le cadran solaire les points correspondants au nonagésime pour chaque heure sidérale.

Nous avons tracé une courbe selon les données pour une latitude de 43.2754° sur un cadran solaire ayant un style de 10 cm de longueur. Epsilon a été calculé pour la date du 11 2010 sa valeur précise n'ayant finalement qu'une importance quasi nulle pour la durée de vie d'un cadran solaire.



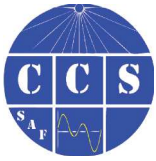
Chaque point se situe sur la ligne d'heure sidérale correspondante. On peut voir que les points de 6h et 18h sidérales sont bien comme attendu sur la méridienne (voir annexe).

A partir des points x et y nous pouvons alors tracer « la courbe du nonagésime » sur le cadran solaire. Cette courbe d'allure piriforme décrite en 24 heures doit bien avoir une équation.

◀ Nonagésime de chaque heure sidérale montré sur le cadran solaire

⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:

La reprise du chapitre complet: "Lieu géométrique décrit sur le cadran solaire par le déplacement du nonagésime à chaque heure sidérale" avec l'ensemble des tableaux, calculs et données.



Cadran à tracé équi-curvilignes

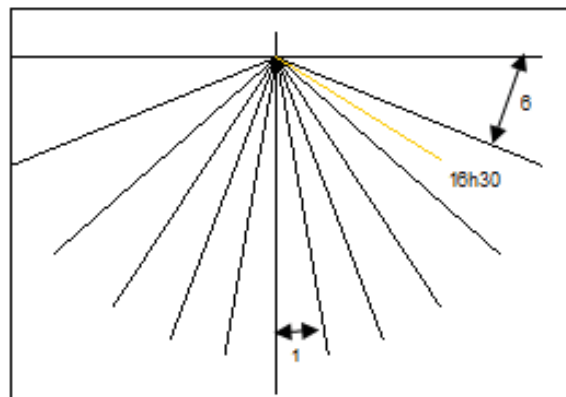
Par Francis Reyman

Les cadrans les plus répandus sont verticaux (sur un mur), ont un style polaire et la lecture de l'heure se fait sur un faisceau de lignes horaires qui convergent au pied du style.

Exemple d'un cadran traditionnel méridional à 48° Nord. Le segment jaune représente l'ombre du style à 16h30 TV.

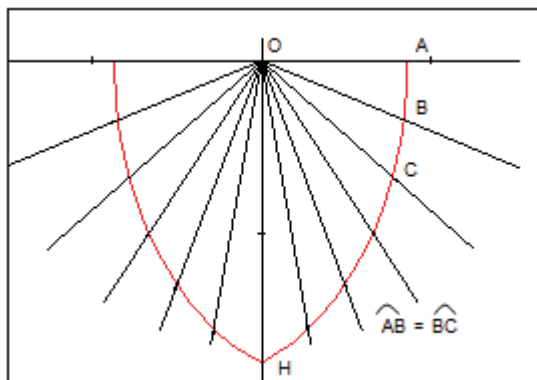
La ligne horaire de 13h solaire fait un angle de 10.16° par rapport au midi solaire (verticale). Sur le même tracé, la sixième heure a une ouverture de 21.82°. Chaque heure a une amplitude d'angle propre. Entre la sixième heure et la première les valeurs angulaires sont dans un rapport de 2.15.

Cette évolution d'amplitude horaire sur le tracé complique un peu la lecture de l'heure entre les lignes horaires pures.



Dans l'étude qui suit l'idée est de trouver une ligne courbe qui « s'enroule » autour de l'emplacement du style et qui aurait la propriété de déterminer des segments d'égaux longueurs curvilignes entre les lignes horaires.

L'étude a consisté à compléter les lignes horaires par des lignes intermédiaires (en l'occurrence toutes les 12 minutes) et à relier le faisceau de droites ainsi obtenu par des segments droits égaux à partir d'un point arbitrairement choisi sur l'horizontale (point A).



Le premier segment a été tracé perpendiculairement à l'horizontale. Le résultat est une courbe en forme de lenticule centrée sur la ligne de midi.

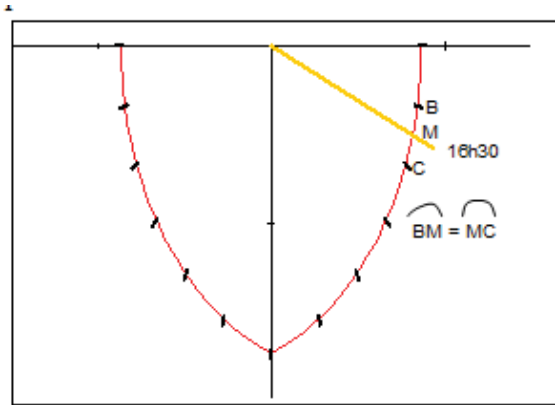
Le lissage de l'ensemble des segments constitue une ligne curviligne.

Remarque : un essai de tracé en multipliant par 3 le nombre de facettes a montré que la courbe reste quasiment la même.

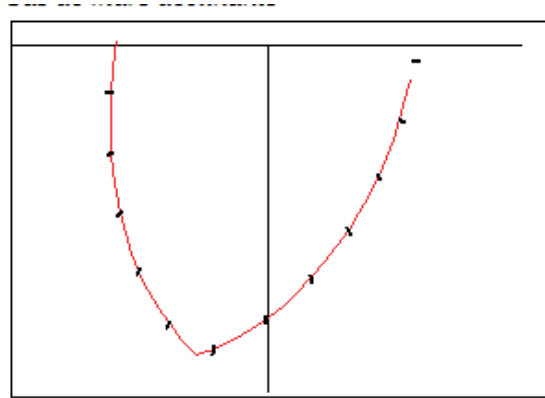
L'intérêt de la courbe équi curviligne (voir figures page suivante) est au nombre de trois:

- L'ombre du style parcourt sur la courbe des distances égales pour des espaces-temps égaux.
- Pour un type d'heure (solaire, moyenne etc) le tracé se résume à une ligne.

- Un décalage d'heure constant (décalage de longitude, valeur « journalière » de l'équation de temps) se résume à un glissement des graduations sur elles-mêmes.



Tracé réduit à la courbe équi curviligne.



Dans le cas de murs déclinants, le lenticule a la forme correspondante à la latitude équivalente et se centre sur la sous-styloire.

Quelques remarques:

1. Elancement du lenticule en fonction de la latitude (Rapport OH/OA) :
 Pour 30° :1.33 ; Pour 40° :1.65 ; Pour 50° :2.12; Pour 60° :2.90
2. La forme du lenticulaire est très proche d'un arc de cercle.
3. L'auteur met à disposition le fichier Excel "Tracés équi curvilignes.xls" pour le tracé des courbes équi curvilignes de cadrans verticaux en fonction de la latitude et de la déclinaison des murs.

⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:

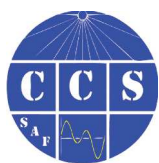
le fichier Excel "Tracés équi curvilignes.xls"

Mode d'emploi du fichier Excel "Tracés équi curvilignes.xls":

Données du tracé:

- Case A2 : Latitude Nord en degrés décimaux
- Case B2 : Longitude Est en degrés décimaux
- Case C2 : Déclinaison Est du mur en degrés décimaux
- Case G2 : Permet de tenir compte d'une équation de temps en minutes.
- Case H2 : Si vide, taquets équi curvilignes en heures solaires ; sinon corrigés de la longitude
- Case I2 : Si vide pas de lignes d'heures solaires ; sinon affichage de ces lignes.
- Case A7 : Longueur du rayon de départ de l'équi curviligne (OA)
- Case B7 : Longueur des lignes horaires.





A travers le cadran canonial

Par Denis Schneider

A travers le cadran canonial, la spiritualité médiévale de chacune des Heures de l'Office divin à redécouvrir. L'étude comprend également une ébauche comparative avec les heures de la prière quotidienne canonique du judaïsme et de l'islam.

Les cadrans classiques ne présupposent aucun emploi du temps ; ils donnent l'heure. Les cadrans canoniaux, eux (au moins ceux à 4 secteurs plus ou moins égaux ou avec lignes barrées ou pointées pour les Heures canoniales), appelaient à la prière, à la prière des Heures (Se reporter aux 4 photos ci-après). A leur propos, il n'est guère fait mention de la spiritualité relative à leurs lignes.

Ne voir dans le cadran canonial que des essais enfantins pour mesurer le temps se révèle plus que réducteur. D'ailleurs, les coutumes de Cluny stipulent que midi ne commençait, quelle que fût l'heure solaire réelle, que quand avait eu lieu tout ce qui devait remplir la matinée en fait de prières suivies de repas. Il y a un contraste saisissant entre l'humble présentation du cadran et sa haute fonction. Si c'était en lui que se déposait un temps humain et divin à la fois, il intéresse surtout à fin d'inventaire... Pardonnez-moi d'évoquer, dans la très laïque Société de Camille Flammarion, des considérations religieuses ; n'y voyez aucun prosélytisme. Je n'y reviendrai sans doute jamais mais j'ai voulu aller au-delà des apparences et explorer ce vers quoi les lignes ouvraient. Pour cette étude, j'ai eu recours principalement à 2 ouvrages : la thèse de Dom Daniel de Reynal « Théologie de la Liturgie des Heures » soutenue en 1975 et le livre du jésuite américain Robert Taft « La Liturgie des Heures en Orient et en Occident » paru en 1991.



North Stoke, Oxfordshire (G.B.), cadran canonial (réemploi) à 8 secteurs où seules T, S, N sont barrées.



Schöngrabern (Autriche), canonial à 12 secteurs où P et V ne sont pas sur la ligne horizontale.



Uzerche (Corrèze), canonial à 6 secteurs avec initiales des Heures canoniales en bout de lignes : P a été emporté avec l'éclat de pierre, T, M (Meridies), N avec V n'occupant également pas l'horizontale.



Mérindol les Oliviers (Drôme), où sont alignées, sous OROLOGII, P, T, M, N (V amalgamé au N ou absent faute de place ?). Les Heures canoniales sont très certainement réparties comme sur le canonial d'Uzerche.

Au Moyen Age, le contenu des Heures de l'Office divin diffère d'un siècle à l'autre, d'un ordre à l'autre, d'un diocèse à l'autre ; chaque Heure canoniale restait néanmoins teintée d'une spiritualité propre, idéal parfois malmené. Notons aussi que la liturgie des Heures est l'unique prière qui ait son équivalent dans toutes les confessions chrétiennes.

La prière est une caractéristique et une expression de vie universellement humaine. Si les religions louent toutes le Créateur, la spécificité de la prière chrétienne réside dans la médiation du Christ. Les 3 religions monothéistes du bassin méditerranéen ont des racines communes et reconnaissent en Abraham leur père. Elles ont institué chacune leurs heures de prière :

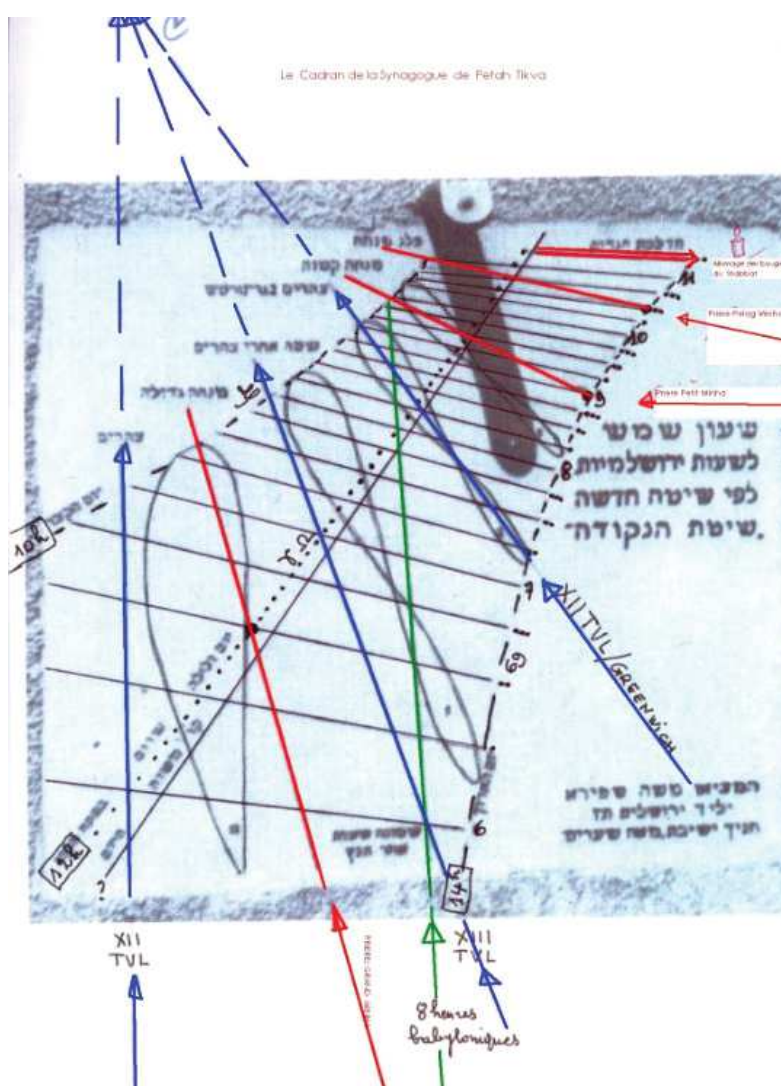
Pour le judaïsme: comme le cycle de la liturgie hébraïque commence avec le coucher du soleil, la prière de l'aube coïncide avec le milieu de la journée à partir duquel sont comptées les 12 heures temporaires, bibliques ou judaïques. Les offices de la prière juive étaient à l'origine liés à l'heure du sacrifice du matin, à celle de l'offrande vespérale et à celle de la fermeture des portes du Temple ; après la destruction du second Temple, les prières seules ont continué avec, selon certains, avancement à la 9^{ème} heure de la prière vespérale. Seule, la prière de la 9^{ème} heure pouvait justifier l'usage d'un cadran solaire ; les fouilles sur les lieux de l'ancien Temple de Jérusalem ont exhaussé plusieurs cadrans entiers ou en morceaux ; aucun ne porte une marque particulière pour les prières. Surpris de lire sur une synagogue que la Min'hah, prière de l'après-midi, était prévue à 19H50, un rabbin m'apprit que celle-ci pouvait se dire peu avant le coucher du soleil comme au bout de neuf heures et demie de la durée du jour. Je lus par ailleurs la différence entre la Petite Min'hah (qetanah) dite au bout de neuf heures et demie du jour et la Grande Min'hah (Guedolah) dite au bout de six heures et demie. La distinction entre ces 2 prières correspond à une division entre activités civiles importantes ou non sachant qu'il est interdit de s'engager dans une affaire importante ou un banquet avant d'avoir récité la Grande Min'hah ou la Petite Min'hah pour une affaire moins importante ou un repas. Il existait enfin la Min'hah partagée (Pelag) dite peu avant le coucher du soleil.

Existait-il un cadran solaire juif portant ces indications ? Une photo envoyée par Shaul Adam d'un des cadrans de la synagogue de Petah Tiqva le prouvait et je retrouvais une photo plus ancienne (Rohr, 1986, p.111, fig.191), elle-même reprise d'un article de Louis Janin paru en 1976, montrant le cadran en bien meilleur état avant qu'Alain Ferreira ne me parle des travaux de Paul Gagnaire (je remercie ces 3 personnes pour leur contribution). La découverte des 3 lignes pour la Grande, la Petite et la Pelag Min'hah confortait ma recherche même si le cadran datait de 1940.



Cadran de la synagogue de Petah Tiqva (Rohr, p.111, fig.191)

Sur la photo de la page précédente (édition 1986 du livre de Rohr, p.111, fig.191), photo reprise à Louis Janin dans son article « Un cadran solaire juif », Centaurus, 1976 :vol.19 ; n°4, p.264-272. On y voit: - les heures italiques numérotées à la manière turque (2x12), reliquat de l'occupation ottomane jusqu'en 1917. -une ligne continue mystérieuse sous l'équatoriale en pointillés, ligne continue appelée « trait pour l'égalité du jour ». – des courbes en 8 calées sur les X, XI, XII et XIII H de Greenwich, marque du mandat britannique jusqu'en 1948 ? – la 8^{ème} heure babylonique, presque verticale, pour calculer les heures de lever et de coucher du soleil. –la ligne de XIII H en heure vraie locale juste à droite de la verticale de midi vrai local tout à gauche et surtout, pour l'intérêt de l'article, les lignes de la Grande Min'hah (ligne fortement oblique la plus à gauche), de la Petite Min'hah (ligne correspondant à l'avant dernière plus haute inscription en hébreu) et de la Pelag Min'hah (ligne correspondant à l'inscription hébraïque la plus haute) avec tout en haut la ligne d'heure pour allumer les lumières au début du Shabbat.



Décryptage du cadran de Petah Tiqva

Dans sa prière, le juif se tient face à Dieu, en conversation ; le soir par Ma'ariv (Arbit), le matin par Cha'ariv et l'après-midi par Min'hah.

Au sein de ces 3 heures de prière, le Chema et la Tefilla sont les principales prières outre des bénédictions et la lecture des psaumes.

- Le Chema, « Ecoute Israël », a lieu matin et soir ; affirmation de foi plus que prière, c'est surtout l'acceptation du joug du Royaume des Cieux, la proclamation de l'unité de Dieu, de son amour avant l'accomplissement des promesses.

- La Tefilla, qui signifie « se juger », « se lier à Dieu », se caractérise par des louanges auxquelles peuvent s'ajouter des demandes particulières. Elle est récitée aux 3 prières.

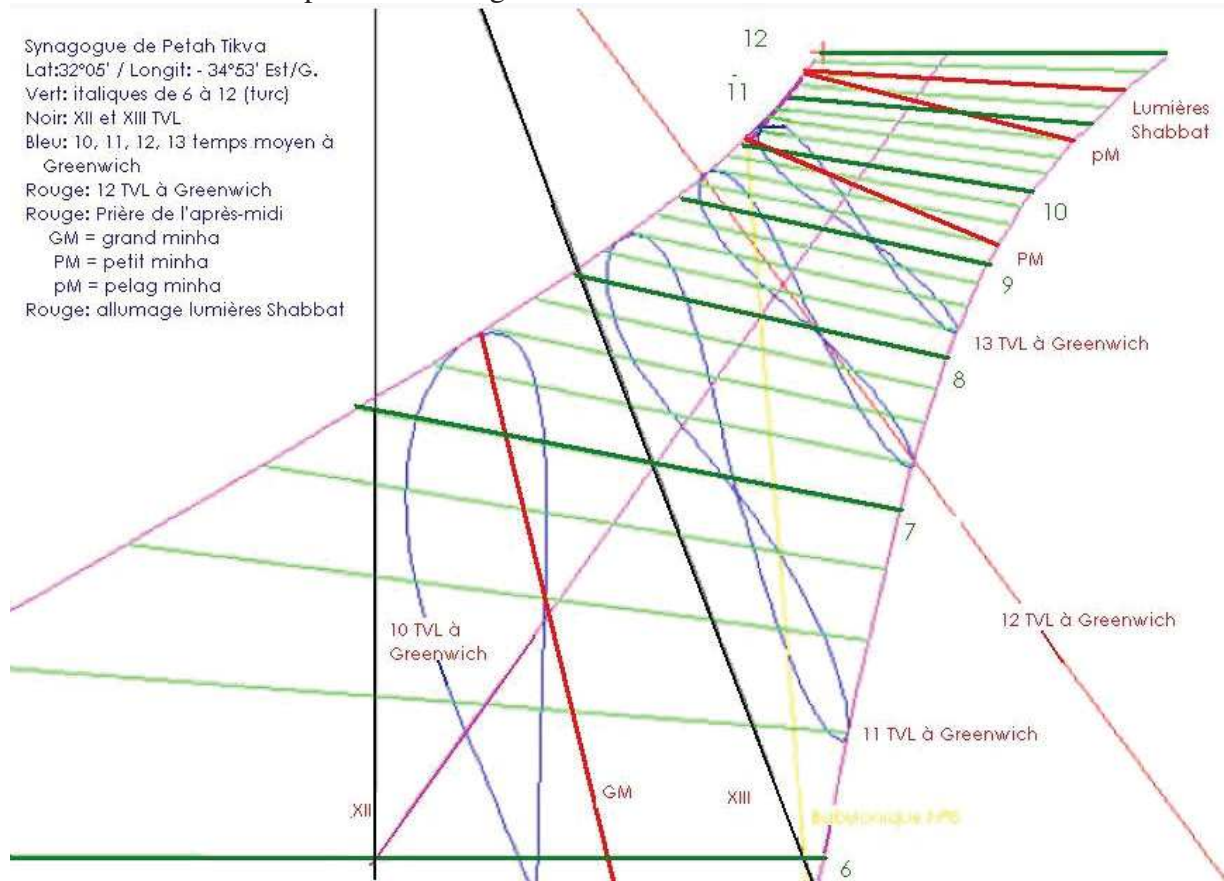
A travers Ma'ariv, l'obscurité n'est pas qu'une privation mais l'obtention

d'une protection lors du repos avec foi et espoir pour le futur en sollicitant la fidélité miséricordieuse de Dieu.

La prière de Cha'ariv (elle a remplacé le sacrifice au Temple) se déroule à l'aube et peut se prolonger ; elle est la prière la plus longue et exige une élévation spirituelle de la part

du priant admis à une audience royale et qui remercie la Grâce de Dieu pour la délivrance d'Israël des ténèbres de l'exil.

Min'hah (« offrande »), au cours de l'après-midi, demande de s'arracher des occupations terrestres ; c'est la prière la plus courte mais il est possible de célébrer la Grande et la Petite Min'hah. La Petite Min'hah, jugée préférable, correspond à « l'heure de miséricorde » pendant laquelle la prière du prophète Elie fut agréée. Cette prière est silencieuse, plongeant le croyant dans la méditation des 18 bénédictions ; il se livre à son examen de conscience pour être en règle avec Dieu.



Tracé numérique du cadran de Petah Tikva

Pour l'islam : chez les musulmans, selon le Coran, la prière a été révélée dès le début de l'humanité et tous les prophètes l'ont pratiquée dont Jésus, le dernier avant Muhammad.

Suivant la prescription de leur prophète, les musulmans prient 5 fois par jour à des hauteurs différentes du soleil, d'où la sophistication de ces cadrans qui comprennent aussi des lignes prévoyant les crépuscules à certains laps de temps. Cela supposait le recours à l'astrolabe en positionnant l'araignée à l'heure du crépuscule, révélant ainsi la cartographie du ciel à attendre pour les heures de prières crépusculaires ; le couplage cadran solaire/astrolabe était donc nécessaire.

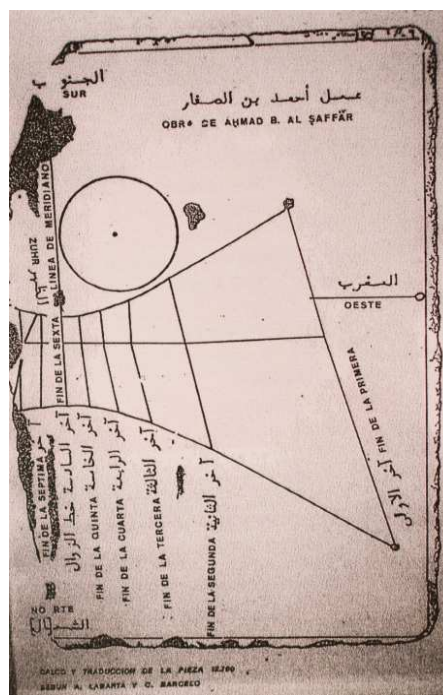
Le jour musulman commence aussi au coucher du soleil. Les prières sont : Maghrib au coucher du soleil, Isha au crépuscule, Fajr à l'aube, Zuhr après le passage du soleil au méridien et Asr l'après-midi.

Les cadrans solaires verticaux musulmans sont orientés au sud-ouest pour déclencher Zuhr et Asr. J'ai volontairement présenté 2 cadrans horizontaux arabo-andalous très critiquables (photos ci-après).

Il n’y a pas vraiment de spiritualité différente à chaque heure de prière. Après ablutions et orientation de l’orant vers La Mecque, chaque prière rituelle canonique (la sâlat) commence toujours par la 1^{ère} sourate, al-Fâtiha (équivalent du Pater Noster), prière très courte qui comprend d’abord une louange à Dieu pour terminer par l’invocation « Guide-nous sur la voie droite ». Puis l’imam choisit d’entamer un verset d’une sourate. Islam signifie « s’en remettre » (à Allah) et le sujet de la prière est la remémoration de ses attributs, ses pouvoirs incommensurables ainsi que la crainte et le respect qu’il inspire. La salât est tout entière animée par la glorification et la louange ; la demande de pardon s’y mêle parfois. L’essentiel est l’observance du rite avec la participation réelle.

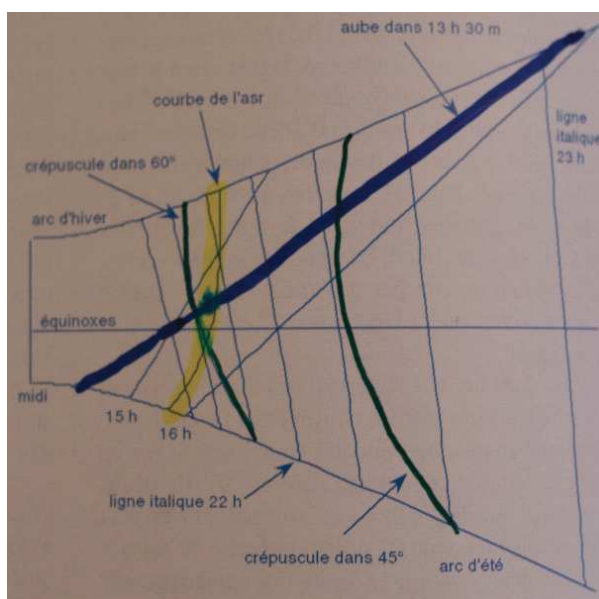


Cadran du Musée Archéologique de Cordoue ▲ et reproduction ►



Le premier cadran arabo-andalou horizontal retenu est au Musée Archéologique de Cordoue et provient du « patio des cadrans » de la Medhina al Zarah juste au nord de Cordoue. On y voit la ligne courbe de la fin de la prière de Zuhr traversant la 8^{ème} heure temporaire. Le cercle donne de par son rayon la longueur du style en cas de perte. Il existe des anomalies : équinoxiale pas très droite et lignes temporaires brisées.

Cadran du Musée Archéologique de Cordoue, détail partie de droite ►



Le deuxième cadran horizontal arabo-andalou est celui du Musée Charles Quint dans l’Alhambra de Grenade et provenant peut-être des environs de Cordoue.

On remarque beaucoup d'erreurs sur ce cadran : arcs de cercles solsticiaux ; lignes temporaires se terminant au sud sur la droite est-ouest tangentant le trou du style avec un espacement fantaisiste ; la courbe de la fin de prière de Zuhr comme celle de l'Asr sont en



Cadran du Musée Charles Quint

forme d'arcs limités aux extrémités de lignes temporaires au lieu de les couper. Au nord, est inscrit « Au Nom de Dieu » et, en bout de chaque ligne des heures temporaires du matin, est inscrit « Fin de la énième heure ». (Je remercie Denis Savoie de les avoir analysés).

Pour le christianisme: ni les évangiles, ni les écrits apostoliques ne fixent d'heures pour la prière ; c'est donc à l'Eglise qu'est revenue la tâche de les fixer ; l'idéal primitif était la prière continuelle, idéal soutenu par des heures de prière plus intense avant l'aménagement d'une structure de prières pour ces différentes heures. Pour les premiers chrétiens, la question de savoir si leur prière était liturgique ou privée était anachronique : ils priaient. La prière des Anciens était une rencontre avec Dieu et par l'Écriture sainte. De tous les livres sacrés, celui des Psaumes était le plus apte à la contemplation puisque les textes y sont déjà sous forme de prière.

En Egypte, jusqu'au IV^{ème} siècle, la part du moine était la prière du cœur sans interruption ; c'était son opus Dei. Avant même qu'il ne devienne toute l'ascèse monastique, l'opus Dei désignait, dans l'Ancien Testament, le grand œuvre de la création et, dans le Nouveau Testament, Jésus lui-même.

L'un des buts primitifs de la prière de l'Eglise était de consacrer à Dieu les principaux moments de la journée, moins pour sacraliser le temps que pour adresser une louange à Dieu.

Un texte grec appelé « les canons des psaumes du jour et de la nuit », attribué à Eusèbe (III^{ème} siècle), répartit le psautier sur les 24 heures.

Le psautier n'est pas le tiré à part des psaumes ; il tient compte du symbolisme de chaque psaume selon l'heure de l'Office du moins pour l'Office cathédral (celui de l'évêque et des fidèles), l'Office monastique, n'ayant pas de relation particulière à l'heure, était psalmodié selon la numérotation des psaumes ; s'y sont ajoutées des hymnes, des lectures, des litanies. L'Office s'est formé à la fin de l'époque des Pères au V^{ème} siècle.

Selon Cassien (fin du IV^{ème} siècle), les moines palestiniens ajoutèrent aux prières fondamentales du matin et du soir des moines égyptiens les « petites Heures » (Tierce, Sexte, None) qui correspondent aux « Grandes heures » des Romains (veilles de 3 heures). C'est le même Cassien qui s'approprià à la lettre le texte du psaume : « 7 fois par jour tu loueras le Seigneur... et 1 fois la nuit », rejoignant une exégèse savante rattachée à la piété de David.

En Occident, Vêpres pouvait être placé à la 11^{ème} heure et, dans « la Règle des moines », après duodecima (12^{ème} heure). Au Portugal, Fructueux de Braga (VII^{ème} siècle), outre les heures canoniques connues, place d'autres « Heures spéciales » à la 2^{ème}, 4^{ème}, 5^{ème}, 7^{ème}, 8^{ème}, 10^{ème}, 11^{ème} heure, sorte d'heures intercalaires, équivalent des « mesoria » byzantines plus tardives.

Aux temps biblique et apostolique, le coucher du soleil marquait la fin du jour et le commencement du suivant et de nouveau à partir du X^{ème} siècle, la journée liturgique commença avec le coucher du soleil aux Vêpres, pas forcément pour se conformer au comput biblique mais parce que le monde a été créé à partir des ténèbres et selon Moïse : « il y eut un soir, il y eut un matin, jour un » ; chaque jour de la semaine, à Vêpres, est donc reprise la succession des jours de la Genèse. L'Office est propice à l'action de grâces et la demande de pardon. On commémorait donc en premier le sacrifice vespéral (celui de la Cène comme celui de la Passion) avant les Heures nocturnes, Complies, Vigiles ou Matines, où se sont accomplies Incarnation et Rédemption. Par la nécessité du souvenir, les religieux ont manipulé l'espace et le temps pour faire fructifier un capital symbolique. Ceux qui célèbrent les Vigiles joignent leurs voix à celles des anges demandant protection pour le monde qui dort, dans une vision eschatologique. Par la liturgie, il y a contraction du temps et de l'espace autour d'un événement et chaque célébration recueille la totalité du temps. Si la journée liturgique commençait aux Vêpres, les offices du jour étaient nommés selon les heures bibliques. N'identifions pas cependant heures temporaires et Heures canoniales comme le faisait sans doute le clergé médiéval. L'office des Laudes échappe à cet aspect chiffré (Prime, T...), lié à son caractère, à l'aube dont le jour naissant loue le Dieu créateur de la lumière ; l'office commence par : « Seigneur, ouvre mes lèvres, et ma bouche publiera ta louange », tandis que toutes les autres Heures commencent par un appel au secours.

Prime, premier office du jour ensoleillé, est en fait la 3^{ème} Heure canoniale et ainsi de suite ; il y a donc un décalage entre leur appellation et leur rang.

En Orient, les Vêpres s'ouvraient par le lucernaire, ritualisation des lampes à l'arrivée de l'obscurité, symbole du Christ illuminant le monde obscurci par le péché.

L'Eglise a marqué son office selon la course du soleil, Soleil de justice, Lumière du monde. Elle continue d'y voir le symbole du Christ ressuscité ; des événements historiques de la vie du Christ se joignent à cette signification symbolique : à Tierce, le Christ est condamné ; à Sexte, il est crucifié ; à None, il expire. Une théologie plus récente fait qu'à Prime le chrétien implore le secours divin pour la journée, qu'à Tierce, on célèbre la descente de l'Esprit-Saint, qu'à Sexte, l'Eglise prie pour éloigner le démon de midi, tandis qu'à None, l'âme supplie pour que le soir de sa vie ne soit pas sans lumière.

L'opus Dei, l'œuvre de Dieu, la Parole de Dieu, par un contresens inouï, devint l'Office divin, c'est-à-dire notre parole s'adressant à Lui !

Dans la tradition monastique alto-médiévale, culte liturgique et prière intime sont si accordées qu'ils s'identifient avant de se séparer assez vite après St Benoît. Pour elle, l'Office divin n'est pas une fonction d'Eglise à assurer mais un moyen d'aller à Dieu ; candidats à la vie parfaite, les moines furent suivis par les clercs qui ne voulurent pas leur être inférieurs. Ce sont les moines qui dédoublèrent Laudes et Vêpres pour créer Prime et Complies. Le terme d'office insinue le caractère d'obligation juridique. On s'habitua à penser qu'en récitant les seules formules de cet office, on satisfaisait au devoir de la prière publique. La prière des Heures devint affaire de clercs et de moines qui s'acquitteront du devoir de la louange divine au nom de l'Eglise.

Charlemagne avait déjà légiféré pour uniformiser la prière de l'Eglise dans le but d'unifier l'Empire. Pendant le premier millénaire, quand on évoquait l'Eglise, on pensait à l'assemblée liturgique. A partir du XII^{ème} siècle, c'est la société-Eglise avec sa hiérarchie, ses ordres, ses institutions, son autorité sur le pouvoir temporel. La « prière officielle de l'Eglise » est celle que la hiérarchie a déterminée et qui est célébrée par ceux qui en ont reçu le mandat.

L'évolution liturgique a été de la diversité à l'unification. Déjà au 11^{ème} siècle, l'unité liturgique avait été au cœur de la réforme grégorienne (pontificat de Grégoire VII de 1073 à 1085). Dès lors les papes se sont attribués une compétence liturgique pour l'ensemble des Eglises. Avec Cluny (apogée au XII^{ème} siècle), c'est la manie de tout ritualiser, la surenchère liturgique, la psalmodie prolixie. Cette prière codifiée jusque dans les moindres détails devint une caricature de la véritable prière. En réaction, la spiritualité devint plus individualiste, plus sensible et plus « dévote », plus portée à la méditation du Christ souffrant et crucifié qu'à celle de sa résurrection ou de sa parousie.

Désormais l'Office divin ne sera plus considéré que comme l'obligation, liée à la réception des ordres sacrés, de réciter certaines prières. La récitation de l'office s'affadit en n'étant plus que l'observance d'une disposition législative.

A la fin du Moyen Age, on est loin de l'esprit ancien de la liturgie, prière ecclésiale vécue dans l'assemblée et contemplative des merveilles du Seigneur. Le peuple songe moins à rendre grâces qu'à se sauver. La pratique religieuse devient affaire de dévotion individuelle. On ne comprend plus l'Office divin que comme un prière vocale imposée.

La Liturgie des Heures s'était tant vidée de sa spiritualité que certains théologiens de Vatican II se demandaient si sa réforme n'équivaudrait pas à transfuser un cadavre !

Puisse cette étude permettre de considérer les cadrans canoniaux autrement que comme des restes muets.



Il faut la déboucher pour le découvrir

Ce n'est qu'après avoir débouché votre bouteille des « Caves de Saint-Romain » que vous pourrez découvrir ce cadran en liège...





L'analemme de Ptolémée

Par Denis Savoie¹

Etude gnomonique de l'analemme de l'astronome Ptolémée (II^e siècle) qui a écrit un petit traité intitulé De l'analemme, que l'on peut assimiler à un traité de géométrie descriptive accompagné de résultats numériques et qu'il ne faut pas confondre avec la méthode exposée par Vitruve, bien que le procédé ait quelques similitudes².

1 – Introduction



Ptolémée n'est pas l'inventeur de l'analemme; on sait par différentes sources, notamment par le philosophe Proclus (V^e siècle), que l'analemme remonte au moins au I^{er} siècle av. J.-C. et qu'à cette époque, Diodore d'Alexandrie, un gnomoniste réputé, aurait écrit sur cette méthode.

Précisons immédiatement que le traité de Ptolémée ne contient aucune application pour la construction de cadrans solaires, qu'il n'y en est même nullement question. Ce qui n'empêche pas de nombreux historiens des sciences d'en faire un quasi-ouvrage de gnomonique, depuis surtout que l'édition *princeps* en 1562 par Commandino a été accompagnée d'un ouvrage explicatif assez spéculatif, ce qui montre bien que son premier lecteur-éditeur est resté

dubitatif sur ce texte et son emploi en gnomonique. On ne peut pourtant pas dire d'ailleurs que ce traité de Ptolémée ait connu une grande gloire en Occident : mis à part Clavius qui lui a consacré un long et obscur chapitre dans sa *Gnomonique*, les méthodes de tracé de cadrans solaires, « reconstituées » par Commandino, sont restées *a priori* des vues de l'esprit sans application pratique. A la fin du XVI^e siècle, les méthodes de tracé des cadrans solaires avaient pris un tournant très différent depuis bien longtemps.

¹ SYRTE, Observatoire de Paris.

² Une partie seulement du texte grec de Ptolémée nous est connue par un palimpseste : voir J. L. Heiberg, "Ptolemäus de Analemme", *Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik*, VII, Leipzig, 1895, p. 1-30 ; Heiberg explique aux pages 1 à 6 sa reconstitution du texte, issue en partie du latin, en partie du grec. La traduction latine, à partir d'une version grecque (et non arabe), a été faite pour la première fois par William Moerbecke vers 1250; elle fut éditée en 1562 par Federico Commandino chez le plus illustre imprimeur d'Italie [la page de titre est ornée du dauphin et de l'ancre], *Claudii Ptolomaei Liber de Analemme*, a Federico Commandino Urbinate instauratus, et commentariis illustratus. Qui nunc primum eius opera e tenebris in lucem prodit. Eiusdem Federici Commandini Liber de Horologium Descriptione. Romae, MDLXII. Apud Paulum Manutium Aldi F. Le texte a été publié de nouveau en 1907 avec des corrections par J. L. Heiberg (d'après les fragments grecs et l'autographe de Moerbecke préservé dans le Vaticanus Ottonbon. lat. 1850), "Claudii Ptolemaei Opera quae exstant omnia", Vol. II, *Opera Astronomica Minora*, ed. J. L. Heiberg, Leipzig, Teubner, 1907, p. 187-223 et Praefacio, p. XI-XII. Cette édition sert aujourd'hui de référence. On trouvera une traduction moderne en vis-à-vis du latin en italien dans R. Sinisgalli, S. Vastola, *L'analemme di Tolomeo*, Edizioni Cadmo, Firenze, 1992. Une traduction de l'analemme en français a été éditée en 2009 par A. Blanchard ; étant donné les références du traducteur, il n'a pas paru utile de consulter cette publication.

³ Le texte de Vitruve ne permet que de tracer la ligne méridienne d'un cadran solaire : voir *De l'Architecture*, Livre IX, texte établi, traduit et commenté par J. Soubiran, Les Belles Lettres, Paris, 1969, p. 26-30 et notes p. 220-240. On trouvera des exemples clairs de réalisation d'un cadran solaire avec la méthode de Vitruve dans J. Evans, *The History and Practice of Ancient Astronomy*, Oxford University Press, 1998, p. 133-141.

En ce qui concerne le monde arabo-islamique, il est difficile d'évaluer la portée de l'ouvrage de Ptolémée ; car si certains astronomes-gnomonistes ont utilisé les méthodes de l'analemme, aucun semble t-il, ne fait référence de façon précise à l'astronome du II^e siècle, sans compter que les sources arabes sont lacunaires puisqu'il reste certainement quantité de manuscrits à étudier. De sorte que sur bien des points, on reste dans des conjectures (*cf. infra*).

Delambre⁴ a défini en quoi consistait ce traité : "L'analemme est la description de la sphère sur un plan. [...] Cette description se fait par des perpendiculaires abaissées sur le plan; ce qui lui a fait donner par les modernes le nom de projection orthographique". On s'attachera ici à l'aspect « calcul » de la méthode, l'aspect géométrique ayant été largement traité⁵.

2 – Description de l'analemme de Ptolémée

Ptolémée considère la sphère céleste locale qu'il divise en trois plans : le plan méridien, le plan Est-Ouest, et le plan de l'horizon. A un instant donné, il fait passer par le Soleil S trois grands cercles (fig. 1) : le premier part du zénith Z, le deuxième part du point cardinal Ouest O (ou du point cardinal Est), le troisième part de M, point cardinal Sud. Le plan ZO s'appelle le premier vertical; l'arc OS (joignant le point Ouest au Soleil) est appelé *hectemoros* (hect); l'arc ZS s'appelle *descensivus* (desc); l'arc MS s'appelle *horarius* (hora); l'arc MB, B étant l'intersection du méridien Sud avec le prolongement de l'*hectemoros*, s'appelle *meridionalis* (meri); l'arc OG, G étant l'intersection du grand cercle issu de Z et passant par le Soleil et l'horizon, s'appelle *horizontalis* (horiz). Enfin l'arc ZF, F étant l'intersection du premier vertical avec le prolongement de l'*horarius*, s'appelle *verticalis* (vert).

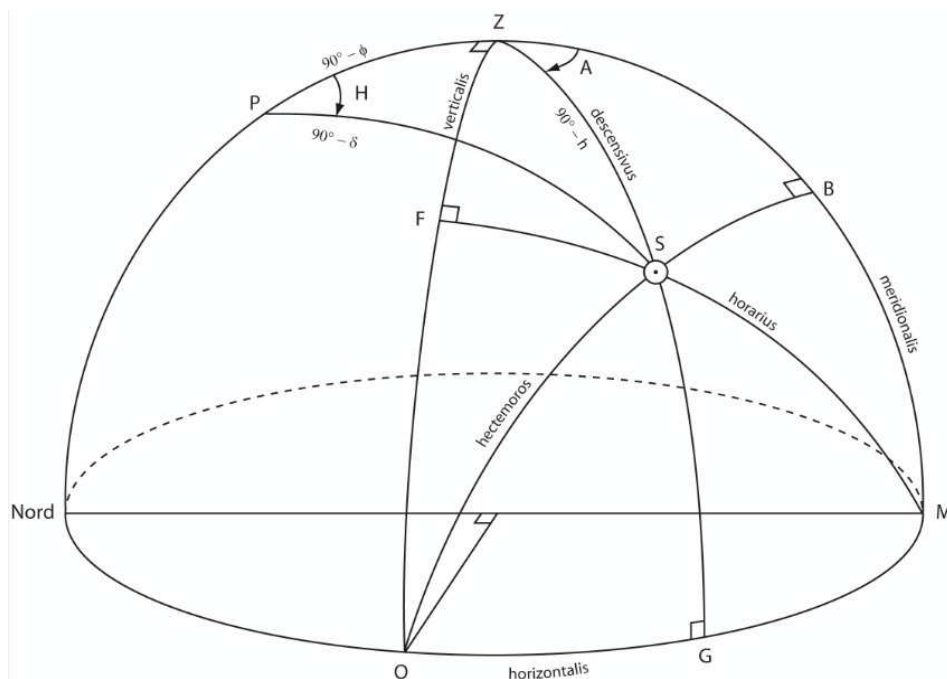


Fig 1

On remarquera d'emblée que le *descensivus* est l'équivalent de la distance zénithale du

⁴ Delambre, Histoire de l'astronomie Ancienne, op. cit., vol. II, p. 458.

⁵ P. Luckey, "Das Analemma von Ptolemäus", Astronomische Nachrichten, 230, 1927, n° 5498, p. 18-46. On trouvera une très utile traduction française, révisée, de cet article par C. Ségard et D. Collin dans CadranInfo n° 18, revue de la Commission des cadrans solaires, octobre 2008, p. 20-35.

Soleil et que l'*horizontalis* est l'azimut du Soleil compté depuis l'Ouest (ou l'Est).

Il y a en tout six angles à partir desquels il faut déterminer la position du Soleil à un moment donné et à une latitude géographique donnée; ou, ce qui revient au même, il faut positionner le Soleil par rapport aux trois plans considérés. Ptolémée donne une seule table dans laquelle les quantités précédentes sont tabulées pour une latitude et en fonction de la longitude du Soleil (*cf. infra*). De plus, les éléments sont calculés en heure temporaire, 0 correspondant au lever (ou au coucher) et 6 à midi. Pour un gnomoniste moderne, les quantités s'obtiennent de la façon suivante par la trigonométrie sphérique sachant que les constantes sont la latitude, la déclinaison du Soleil et son angle horaire :

soit H l'heure temporaire en degrés obtenue par : $H = k H^0 / 6$ avec:

$\cos H_0 = -\tan \phi \tan \delta$; k variant de 0 à 6 (k = 6 pour le lever/coucher et k = 0 pour le midi solaire)

$$\cos(\text{hect}) = \sin H \cos \delta$$

° Remarque : si la déclinaison est nulle, (hect) est confondu avec l'équateur céleste.

$$\cos(\text{hora}) = \sin(\text{desc}) \sin(\text{horiz})$$

° Remarque : sachant que $(\text{desc}) = 90^\circ - h$ et $(\text{horiz}) = 90^\circ - A$ (h = hauteur du Soleil, A = azimut du Soleil compté depuis le Sud), on a $\cos(\text{hora}) = \cos h \cos A$, relation classique dont le développement est :

$$\cos(\text{hora}) = \sin \phi \cos \delta \cos H - \cos \phi \sin \delta$$

$$\cos(\text{desc}) = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H$$

° Remarque : on a $(\text{desc}) = 90^\circ - h$

$$\cos(\text{meri}) = \cos(\text{hora}) / \sin(\text{hect})$$

ou

$$\sin(\text{meri}) = \cos(\text{desc}) / \sin(\text{hect})$$

ou

$$\tan(\text{meri}) = \cos(\text{desc}) / \cos(\text{hora})$$

$$\cos(\text{vert}) = \cos(\text{desc}) / \sin(\text{hora})$$

ou

$$\sin(\text{vert}) = \cos(\text{hect}) / \sin(\text{hora})$$

ou

$$\tan(\text{vert}) = \cos(\text{hect}) / \cos(\text{desc})$$

$$\sin(\text{horiz}) = \cos(\text{hora}) / \sin(\text{desc})$$

ou

$$\cos(\text{horiz}) = \cos(\text{hect}) / \sin(\text{desc})$$

ou, en remarquant que $\text{horiz} = 90^\circ - A$: $\tan(\text{horiz}) = (\sin \phi \cos H - \cos \phi \tan \delta) / \sin H$

Une seule table nous est parvenue sur les 49 qui devaient peut être exister; elle concerne les éléments précités pour une longitude du Soleil égale à 90° pour le climat I (13 h). La table suivante est le calcul moderne de ces éléments avec comme paramètres⁶

$\phi = 16^\circ 27'$ et $\varepsilon = 23^\circ 51'$ pour l'obliquité de l'écliptique. La longitude du Soleil étant ici de 90° (signe du Cancer), on a $\delta = \varepsilon$ en raison de la relation $\sin \delta = \sin \varepsilon \sin \lambda$. Notons que ce n'est pas la table la plus facile à calculer car on se trouve dans une zone intertropicale où la déclinaison du Soleil est ici supérieure à la latitude du lieu :

⁶ La latitude du climat I est issue de l'Almageste, trad. G. J. Toomer, Duckworth, London, 1984, p. 100. L'obliquité adoptée est également celle de l'Almageste : voir O. Pedersen, A Survey of Almagest, Odense University Press, 1974, p. 423.

heure	hekt	hora	desc	meri	vert	horiz
lever-coucher	24° 56'	65° 04'	90° 00'	0° 00'	90° 00'	24° 56'
1 – 11	25° 19'	69° 37'	75° 39'	35° 26'	74° 40'	21° 05'
2 – 10	34° 01'	73° 50'	60° 58'	60° 10'	59° 39'	18° 34'
3 – 9	46° 33'	77° 28'	46° 09'	72° 36'	44° 47'	17° 31'
4 – 8	60° 34'	80° 15'	31° 19'	78° 47'	29° 54'	19° 01'
5 – 7	75° 10'	82° 00'	16° 56'	81° 43'	14° 59'	28° 32'
midi	90° 00'	82° 36'	7° 24'	82° 36'	0° 00'	90° 00'

Il convient de remarquer qu'il existe des "anomalies" dans les valeurs de l'unique table parvenue; les auteurs modernes ne donnent d'ailleurs pas tous les mêmes. La plus fiable est certainement celle donnée par Neugebauer⁷ qui a intégré les corrections dues à Heiberg et les siennes. En raison de leur point d'origine, certaines valeurs sont supérieures à 90° tandis que d'autres changent de quadrant : en été au cours de la journée, l'*horizontalis* passe du Sud-Ouest au Nord-Ouest (et du Nord-Est au Sud-Est), ce que traduit dans la table le signe – (moins).

Ainsi dans la table donnée par Ptolémée pour la latitude 16° 27' et pour une longitude de 90°, on devrait avoir de façon moderne :

heure	hekt	hora	desc	meri	vert	horiz
lever-coucher	24° 56'	114° 56'	90° 00'	180° 00'	90° 00'	– 24° 56'
1 – 11	25° 19'	110° 23'	75° 39'	144° 34'	74° 40'	– 21° 05'
2 – 10	34° 01'	106° 10'	60° 58'	119° 50'	59° 39'	– 18° 34'
3 – 9	46° 33'	102° 32'	46° 09'	107° 24'	44° 47'	– 17° 31'
4 – 8	60° 34'	99° 45'	31° 19'	101° 13'	29° 54'	– 19° 01'
5 – 7	75° 10'	98° 00'	16° 56'	98° 17'	14° 59'	– 28° 32'
midi	90° 00'	97° 24'	7° 24'	97° 24'	0° 00'	– 90° 00'

Le signe – de l'*horizontalis* signifie que le Soleil se lève au Nord-Est, passe au méridien au Nord, et se couche au Nord-Ouest. Le *meridianus* est dans ce cas toujours supérieur à 90° puisque le Soleil ne franchit à aucun moment le premier vertical.

Il est évidemment possible de reconstituer les autres tables à partir des formules précitées. Voici par l'exemple qu'elle serait la table calculée pour la latitude de Rhodes ($\phi = 36° 0'$) avec une longitude du Soleil toujours égale à 90° :

heure	hekt	hora	desc	meri	vert	horiz
lever-coucher	29° 59'	119° 59'	90° 00'	180° 00'	90° 00'	– 29° 59'
1 – 11	23° 51'	109° 27'	76° 43'	145° 23'	75° 54'	– 20° 00'
2 – 10	29° 17'	99° 31'	62° 36'	109° 46'	62° 11'	– 10° 44'
3 – 9	41° 59'	90° 48'	48° 02'	91° 12'	48° 02'	– 1° 04'
4 – 8	57° 16'	83° 53'	33° 27'	82° 44'	32° 57'	11° 08'
5 – 7	73° 28'	79° 25'	19° 48'	78° 57'	16° 49'	32° 52'
midi	90° 00'	77° 51'	12° 09'	77° 51'	0° 00'	90° 00'

3 – Utilisation des tables

Il reste maintenant à expliquer comment on peut se servir de ces tables pour tracer un cadran solaire dont le gnomon est perpendiculaire au plan. Prenons le cas simple du cadran

⁷ O. Neugebauer, HAMA, op. cit., p. 854.

horizontal : à un instant donné, l'ombre d'un gnomon de longueur a planté en terre en P projette une ombre opposée à la direction du Soleil (fig. 2). En faisant passer par P un repère, on voit aisément que l'angle entre la direction de l'ombre et la direction de l'Ouest est égale à l'*horizontalis*. Quant à la longueur R de l'ombre⁸, elle est égale à $[a \tan (\textit{descensivus})]$. Avec ces deux angles, on est capable de matérialiser en direction et en longueur l'ombre du gnomon, ce qui revient à utiliser les coordonnées rectangulaires. Pour tracer complètement le cadran, il suffit en théorie d'utiliser les éléments de l'analemmes pour une longitude du Soleil égale à 90° et à 270° (arcs des solstices).

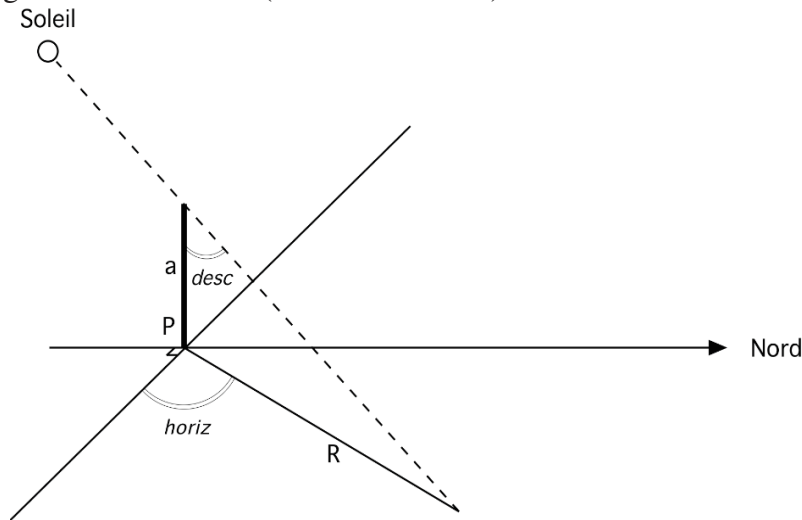


Fig 2

Pour chaque heure temporaire, on matérialise sur la courbe le point obtenu; il suffit ensuite de joindre les deux points correspondants sur chaque courbe (qui est une hyperbole) pour obtenir une ligne horaire⁹. Bien entendu, on peut aussi placer la droite des équinoxes et des courbes intermédiaires pour des longitudes remarquables du Soleil.

Passons au cas du cadran vertical orienté exactement vers le Sud. Comme pour le cadran horizontal, on cherche à matérialiser l'ombre d'un style droit de longueur unité (fig. 3 ci-contre). L'angle entre l'ombre du style droit et la ligne de midi verticale est égale au *verticalis*. Quant à la longueur R de l'ombre, elle est égale à $[a \tan (\textit{horarius})]$. Le principe de tracé du cadran est exactement le même que pour le cadran horizontal.

Notons que ces mêmes valeurs sont aussi valables pour un cadran septentrional, c'est-à-dire faisant exactement face au Nord.

Il reste le cas du cadran vertical oriental ou occidental, c'est-à-dire du cadran exactement orienté vers l'Est ou

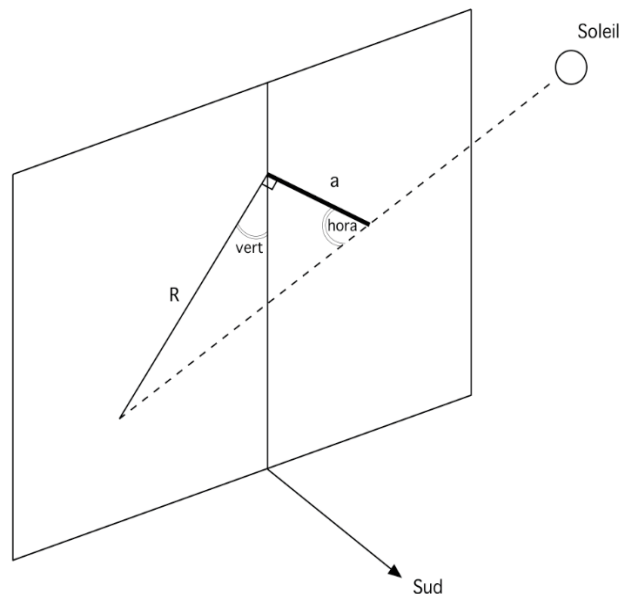


Fig 3

l'Ouest. Dans ce cas, la ligne midi n'existe plus. L'angle entre l'ombre du style droit et l'horizontale passant par ce même style est égale au *meridionalis*. Quant à la longueur R de

⁸ L'usage de la fonction tangente est évidemment anachronique chez Ptolémée et il va de soi qu'il existe des solutions de contournement pour déterminer la longueur de l'ombre.

⁹ En toute rigueur, les lignes horaires d'heures temporaires ne sont pas des droites mais des courbes complexes. Voir la mise au point et l'étude très complète de D. Collin, « Commentaires et Analyses sur : "Recherche sur les lignes horaires dans les cadrans solaires antiques, par TS. Davies" », CadranInfo n° 21, mai 2010.

l'ombre, elle est égale à [$a \tan (\text{hektemoros})$].

Il convient enfin de remarquer qu'en admettant qu'il existait des tables pour les sept climats¹⁰, le problème des latitudes intermédiaires a dû se poser. Le calcul d'un cadran solaire étant fonction de la latitude du lieu, comment faisait un constructeur situé à la latitude d'Athènes ($\phi = 38^\circ$) par exemple ? Il est facile de constater que les valeurs des tables calculées pour Athènes diffèrent de façon non négligeable de celles de Rhodes.

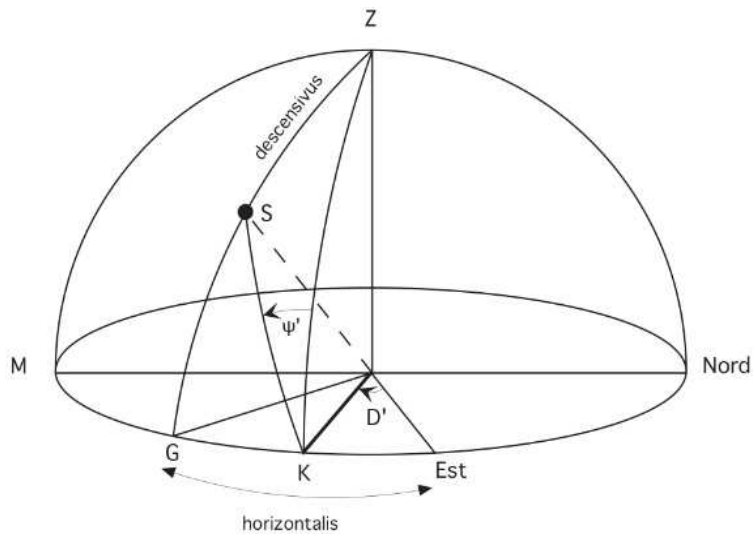


Fig. 4

En fait il faut relativiser ce souci de précision qui n'est qu'apparent car une analyse précise des conséquences de l'erreur en latitude montre que l'impact est beaucoup moins important qu'on le croit¹¹. Il est légitime de se demander si à partir des tables, on peut tracer des cadrans solaires verticaux déclinants, c'est-à-dire regardant un point quelconque de l'horizon.

Appelons D' la déclinaison gnomonique du mur mesurée depuis l'Est ou l'Ouest (fig. 4). On note alors que K étant le sommet du style droit, la distance SK sur la sphère mesure l'angle entre la direction du Soleil et le style, de sorte que la longueur de l'ombre sur le cadran devient égale à ($a \tan SK$), a étant la longueur du style. On a¹² :

$$\cos SK = \sin (\text{desc}) \cos (D' - \text{horiz})$$

Pour positionner l'ombre par rapport à la verticale passant par le style droit, il faut calculer l'angle ψ' , que l'on obtient par exemple de la façon suivante :

$$\cos \psi' = \cos(\text{desc}) / \sin (SK)$$

Par exemple à la latitude de Rome ($\phi = 41^\circ 53'$), sur un mur regardant exactement le Sud-Ouest ($D' = 45^\circ$), la longueur de l'ombre d'un gnomon de longueur $a = 10$ le jour du solstice d'été ($\epsilon = 23^\circ 51'$) à 4 heures temporaires vaut 16,23 tandis que l'angle avec la verticale vaut $18^\circ,34$.

Appliquée au tracé des cadrans solaires plans, la méthode de l'analemme permet de contourner l'hypothèse parfois avancée comme quoi la plupart des cadrans antiques étaient calculés de façon empirique. C'est par exemple le cas pour les huit cadrans de la Tour des Vents place de l'Agora à Athènes, construite par Andronikos de Kyrros vers 50 av. J.-C (fig. 5).

¹⁰ Climat I ($\phi = 16^\circ 27'$), climat II ($\phi = 23^\circ 51'$), climat III ($\phi = 30^\circ 22'$), climat IV ($\phi = 36^\circ 0'$), climat V ($\phi = 40^\circ 56'$), climat VI ($\phi = 45^\circ 01'$) et climat VII ($\phi = 48^\circ 32'$).

¹¹ Voir D. Savoie, « Le cadran solaire grec d'Aï Khanoum : la question de l'exactitude des cadrans antiques », *Comptes Rendus de l'Académie des Inscriptions & Belles Lettres*, avril-juin 2007, p. 1161-1190.

¹² Autre solution : $\cos SK = \cos (\text{hora}) \sin D' + \sin (\text{hora}) \cos D' \sin (\text{verti})$.

On ne sait pas comment ni par qui ont été tracés ces cadrans mais on peut supposer que le constructeur a utilisé la méthode de l'analemme¹³. Il convient de remarquer en outre que sur les huit cadrans, quatre sont dits déclinants : un regarde vers le Sud-Ouest, un autre vers le Nord-Ouest, un autre vers le Nord-Est, un autre vers le Sud-Est. Ces cadrans témoignent donc d'un haut degré de sophistication de la gnomonique antique.

4 – Interprétation moderne

Les six angles qu'utilise Ptolémée ne sont que la réduction dans trois plans différents d'un cas très général. Appelons ψ l'angle entre l'ombre du style et la ligne de plus grande pente, et ζ l'angle entre la direction du style droit et le Soleil (fig. 6). Pour être dans un cas tout-à-fait général, posons que le style droit vise un point quelconque de la sphère céleste : soit D sa déclinaison gnomonique (azimut

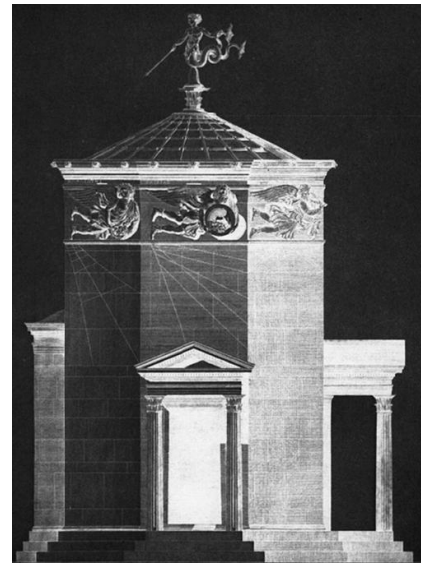


Fig. 5

du style droit compté depuis le Sud dans le sens horaire) et z sa distance zénithale¹⁴. On a :

$$\tan \psi = \frac{\sin(A - D)}{\sin z \tan h - \cos z \cos(A - D)}$$

$$\cos \zeta = \cos z \sin h + \sin z \cos h \cos(A - D)$$

On dispose d'une relation qui lie ζ et ψ :

$$\sin \zeta \sin \psi = \cos h \sin(A - D)$$

h étant la hauteur du Soleil et A son azimut compté depuis le Sud.

La longueur de l'ombre d'un gnomon a perpendiculaire sur un plan d'inclinaison et d'orientation quelconques est égal à ($a \tan \zeta$). Par rapport à la ligne de plus grande pente du plan, cette ombre fait un angle ψ .

Dans le cas d'un cadran horizontal, $z = 0^\circ$ et $D = 0^\circ$, d'où :

$$\tan \psi = -\tan A \quad \text{d'où } \psi = -A \quad 90^\circ - \textit{horizontalis}$$

$$\cos \zeta = \sin h \quad \text{d'où } \zeta = 90^\circ - h \quad \textit{descensivus}$$

Dans le cas d'un cadran vertical méridional, $z = 90^\circ$ et $D = 0^\circ$, d'où :

$$\tan \psi = \frac{\sin A}{\tan h} \quad \textit{verticalis}$$

$$\cos \zeta = \cos h \cos A \quad \textit{horarius}$$

¹³ Voir la reconstitution de J. B. Delambre, Histoire de l'astronomie Ancienne, op. cit., vol. II, p. 487-505. Voir également J. Evans, The History and Practice of Ancient Astronomy, op. cit., p. 131-132. Sur l'analyse moderne de ces cadrans et les hypothèses de réalisation, voir M. Hüttig, « Analysis of the sundials on the tower of the winds, Athens : possible parameters used in construction », Bulletin of the British Sundial Society, octobre 1998, vol. 98.3, p. 12-15. L'étude la plus complète sur les cadrans de la Tour des Vents est celle de K. Schaldach, Die antiken Sonnenuhren Griechenlands, ed. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt, 2006, p. 61-83.

¹⁴ Voir D. Savoie, La Gnomonique, Les Belles Lettres, Paris, 2007, chap. VI. Pour la démonstration des formules, voir D. Savoie, « Plan incliné et déclinant », CadranInfo n° 9, mai 2004. On oubliera pas ici que $D = 90^\circ - D'$.

Enfin pour un cadran oriental ($D = -90^\circ$) ou occidental ($D = +90^\circ$), on a :

$$\tan \psi = \frac{\sin(A \pm 90^\circ)}{\tan h} \quad \textit{meridionalis}$$

$$\cos \zeta = \cos h \cos (A \pm 90^\circ) \quad \textit{hektemoros}$$

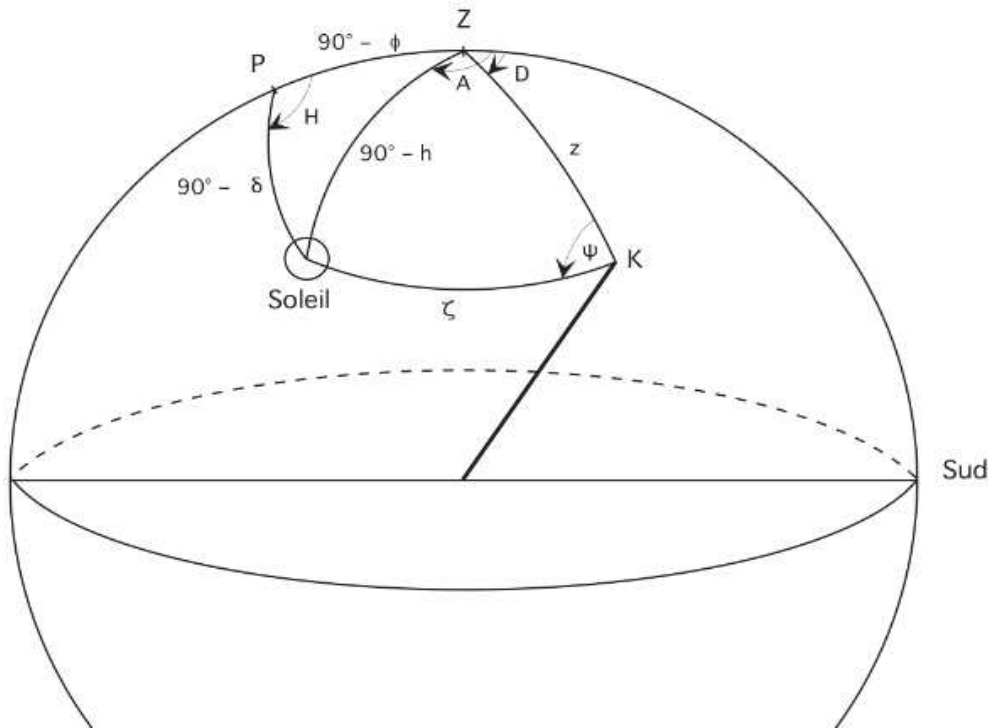


Fig 6

Ainsi en faisant varier l'orientation et l'inclinaison du cadran, les angles ψ et ζ prennent successivement les valeurs des six angles de Ptolémée. Ce résultat est important car il montre finalement que l'on peut calculer la position de l'ombre d'un gnomon sur un plan quelconque uniquement par des combinaisons trigonométriques ne faisant intervenir que l'azimut et la hauteur du Soleil.

Si l'on prend par exemple la courbe de la prière *asr*, on sait que la condition sur la hauteur h du Soleil est : $\cotan h = 1 + \tan (\phi - \delta)$. L'azimut correspondant s'obtient par :

$$\cos A = \frac{\sin h \sin \phi - \sin \delta}{\cos \phi \cosh}$$

La hauteur et l'azimut correspondant après report dans le repère de Ptolémée au *descensivus* et à l'*horizontalis*, il devient alors possible de tracer la courbe de *ars* aussi bien sur un cadran solaire horizontal que sur un cadran vertical déclinant.

Peut-on parler véritablement de projection orthographique dans cette méthode de l'analemme? La réponse est non : la projection orthographique des cercles de la sphère céleste, dans le cas d'un cadran solaire horizontal par exemple, donnerait un réseau de courbes elliptiques, où l'heure serait lue à l'intersection de deux courbes par la direction de l'ombre et non plus par son extrémité. Or on ne connaît aucun cadran solaire, avant le XVII^e siècle, qui possède un tel tracé. La projection effectuée par Ptolémée est bien une projection

gnomonique comme le prouve par exemple la forme des lignes horaires qui sont des droites.

5 – L'héritage arabo-islamique

On est tenté de penser que ce petit traité de Ptolémée comble une lacune de l'*Almageste*, à savoir la détermination de quantités sphériques qui dépendent du temps comme la hauteur et l'azimut d'un astre. Car si l'étude du Livre II de l'*Almageste*, consacré à la sphère, permet de résoudre quantité de problèmes d'astronomie de position, ceux-ci restent le plus souvent des cas où l'angle horaire de l'astre prend des valeurs particulières : hauteur d'un astre au méridien, azimut au lever ou au coucher, etc. Or trouver la direction de l'ombre d'un gnomon et sa longueur à un instant donné est extrêmement ardu avec les tables de l'*Almageste*¹⁵ puisqu'il faut calculer des coordonnées à un instant quelconque en un certain lieu.

Au début du XX^e siècle, un savant allemand, Paul Luckey, a remis au goût du jour la méthode de l'analemme en mettant en avant le caractère nomographique¹⁶ que contient implicitement selon lui la méthode de Ptolémée, autrement dit la détermination de résultats de calculs trigonométriques à l'aide d'abaques¹⁷. Car deux solutions s'offrent à un utilisateur de ce traité : soit il dispose de tables numériques qui tabulent ces quantités pour chaque heure temporaire et pour différentes latitudes ; ou bien il dispose d'un abaque ou d'un système équivalent où il puisse lire directement la quantité.

Delambre pensait que le traité de Ptolémée était incomplet car il y manque des applications à la pratique, ce que conteste Neugebauer. La remarque de Delambre est pourtant pleine de bon sens : la façon brutale dont s'arrête l'ouvrage est curieuse. Il est étonnant que Ptolémée clôt par une seule table des quantités qu'il a définies uniquement pour un seul climat et pour un seul signe zodiacal. Toujours est-il, comme on l'a dit, qu'en l'absence de témoignages ou de textes attestant l'utilisation du traité de Ptolémée, certains historiens ont cherché des preuves indirectes de son usage. Il est vraisemblable en effet qu'une partie de la fortune de la méthode de l'analemme réside dans sa capacité à être utilisée pour tracer des courbes en coordonnées rectangulaires. Dans cette perspective, Paul Luckey a publié 10 ans après son étude sur l'analemme un article sur la théorie des cadrans solaires¹⁸ de Thabit Ibn Qurra (826-901) qui venait d'être partiellement traduit. L'ouvrage d'astronomie de Thabit Ibn Qurra, qui travaillait notamment à Bagdad au IX^e siècle, contient deux chapitres très importants sur la gnomonique qui en font est un des plus anciens traités en langue arabe sur le sujet¹⁹. L'astronome considère des cadrans plans munis d'un gnomon perpendiculaire et

¹⁵ Ces problèmes sont cependant parfaitement solubles avec un astrolabe ; mais la précision obtenue ne saurait rivaliser avec des valeurs numériques. On peut d'ailleurs imaginer que les valeurs calculées par la méthode de l'analemme ont servi à vérifier les indications données par un astrolabe.

¹⁶ Pour un exposé moderne de la méthode nomographique appliquée à la trigonométrie sphérique, voir D. M. Huntten, « Spherical co-ordinate transformation by nomogram », *Journal of the Royal Astronomical Society of Canada*, vol. 59, n° 5, 1965, p. 221-232.

¹⁷ P. Luckey, "Das Analemma von Ptolemäus", *op. cit.*, p. 18-46. L'article de Luckey n'est pas toujours très clair ; il est préférable de consulter O. Neugebauer, *HAMA*, *op. cit.*, p. 850-854 pour bien comprendre en quoi consiste la solution graphique.

¹⁸ P. Luckey, « Tabit b. Qurra's Buch über die ebene Sonnenuhren », *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik Astronomie und Physik*, série B, 4, 1937-1938, p. 95-148. Luckey a basé son étude sur la partie concernant les cadrans solaires qui venait d'être traduite par K. Garbers, "Ein Werk Tabit b. Qurra's über ebene Sonnenuhren", *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik Astronomie und Physik*, série A, 4, 1936, p. 1-80.

¹⁹ Le traité de Thabit ibn Qurra a été intégralement traduit et commenté par R. Morelon dans Thabit ibn Qurra, *Oeuvres d'astronomie*, Les Belles Lettres, Paris, 1987. Cette traduction, comme l'apparat critique qui l'accompagne, sert aujourd'hui de référence et contient dans les Traités 8 et 9 tout ce qui touche aux cadrans solaires. Thabit ibn Qurra connaissait le grec et a abondamment commenté certaines œuvres de Ptolémée comme

cherche à tracer à leur surface les lignes horaires en fonction de l'heure, de la date et du lieu. Il reprend la classification des plans méridiens, de l'horizon et du premier vertical – comme chez Ptolémée – mais ajoute d'autres cas et considère finalement le cas du cadran incliné et déclinant dont il affirme qu'il fonctionne en cadran horizontal pour un autre lieu²⁰. On y trouve également de façon claire le repérage d'un point en coordonnées polaires et rectangulaires ; mais le traité ne contient aucune application numérique ni le calcul d'une courbe relative aux heures de prières (comme *asr*). Autre point essentiel pour l'histoire de la gnomonique : Thabit b. Qurra décrit la construction de cadrans solaires aussi bien en heures temporaires que équinoxiales²¹.

Cela dit Thabit Ibn Qurra ne mentionne aucunement le traité de l'analemme et si l'analyse de ses méthodes mathématiques rappelle l'ouvrage de Ptolémée, elle ne prouve pas pour autant que l'astronome en ait eu connaissance. Car on peut aussi rapprocher les méthodes de Thabit Ibn Qurra de celles décrites dans le *Surya-Siddhanta*²² qui traite spécifiquement de problèmes liés à l'ombre d'un gnomon. Un astronome un peu plus tardif que Thabit Ibn Qurra, al-Biruni (973-1048), qui connaissait aussi le grand texte canonique indien, mentionne lui explicitement la méthode de l'analemme dans la construction du méridien local, mais il se réfère non pas au traité de Ptolémée mais à celui de Diodore d'Alexandrie²³.

De cette brève présentation, il y a lieu de souligner un point important dans ce qui a dû faire le succès de la méthode de l'analemme²⁴ : c'est répétons-le une méthode de tracé rigoureuse de courbes indicatrices (arcs diurnes, heures de prière, courbes de crépuscule mais aussi lignes horaires) en coordonnées rectangulaires qui établit un lien très important entre les cadrans solaires et les tables astronomiques (*zij*). La gnomonique arabo-islamique est donc fortement assujettie à cette astronomie des tables – et au développement de la trigonométrie –, ce qui ne sera plus le cas en Occident où, lorsque les cadrans solaires à heures équinoxiales se répandent quelques siècles plus tard, les gnomonistes comprennent rapidement l'intérêt d'utiliser non pas les coordonnées rectangulaires, mais les coordonnées polaires, bien mieux

l'Almageste ou la *Tétrabible*.

20 C'est ce qu'on appelle aujourd'hui en gnomonique la théorie de la latitude équivalente : voir D. Savoie, *La Gnomonique*, *op. cit.*, p. 37-39.

21 J. B. Delambre, *Histoire de l'astronomie au Moyen Age*, Paris, 1819, p. 515, ne connaissait pas le traité en question et pensait que l'utilisation des heures équinoxiales remontait à l'astronome al-Marrakushi (qu'il appelle Aboul-Hhassan) qui officiait au Caire vers 1280. Il lui attribuait également la primauté quant au calcul de la courbe décrite par l'ombre d'un gnomon en utilisant les sections coniques d'Apollonius de Perge, ce que Thabit ibn Qurra avait déjà aussi traité.

22 Voir A. von Braunmühl, *Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie*, Teubner, Leipzig, 1900, p. 38-42.

^e
Le *Surya-Siddhanta* (« la solution du Soleil »), qui date du IV-V^e siècle, contient en effet dans le chapitre qu'il consacre au gnomon une construction qui se rapproche beaucoup de celle de l'analemme : voir *Translation of the Surya-Siddhanta*, with notes and an appendix by Rev. Ebenezer Burgess, New Haven, 1860, chap III.

23 *Supra* note 4. Dans son ouvrage sur les ombres, *The exhaustive treatise on shadows*, *op. cit.*, al-Biruni consacre surtout son étude à l'aspect trigonométrique du problème (dont l'étude de la trajectoire de l'extrémité de l'ombre d'un gnomon), utilisant au passage la fonction tangente (et cotangente). Le chapitre consacré aux cadrans solaires est très bref et ne contient aucune application. On notera cependant le lien que fait al-Biruni entre l'astrolabe et son utilisation comme cadran solaire portable.

24 La méthode a été utilisée notamment pour résoudre des problèmes d'astronomie sphérique comme la distance entre deux villes : voir N. Sidoli, « Heron's *Dioptra* 35 and Analemma Methods : An Astronomical Determination of the Distance between Two Cities », *Centaurus*, 2005, vol. 47, p. 236-258. On la retrouve aussi dans le problème de la détermination de la Qibla : voir D. King, « Astronomie et société musulmane », dans *Histoire des Sciences arabes*, sous la direction de R. Rashed, Paris, 1997, vol. 1, p. 186-187.

adaptées et qui surtout ne nécessitent pas la manipulation de fonctions trigonométriques lourdes et fastidieuses à calculer²⁵. En plus, l'utilisation de l'heure équinoxiale permet d'avoir des lignes horaires convergentes en un point (le pied du style polaire), ce qu'on ne retrouve pas avec les autres types d'heures.

Il est intéressant de noter pour conclure que la méthode de l'analemme contient tous les germes de la gnomonique moderne, où l'emploi des coordonnées rectangulaires pour tracer des indications horaires sur des surfaces plus ou moins complexes est bien souvent la seule solution.



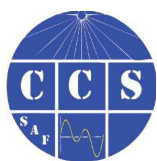
Cadran solaire du musée d'Ephèse en Turquie



Photos de Maurice Kieffer



²⁵ Sur les tables astronomiques qui tabulent l'azimut et la hauteur du Soleil en fonction de la latitude et de la déclinaison du Soleil, voir D. King, « Ibn Yunus' Very Useful Tables for Reckoning Time by the Sun », *Archive for History of Exact Science*, 10, 1973, p. 342-394. Plus récemment, voir l'importante étude de D. King sur tout ce qui concerne les tables solaires islamiques dans *In Synchrony with the Heavens, Studies in Astronomical Timekeeping and Instrumentation in Medieval Islamic Civilization*, Leiden-Boston, Brill, 2004, vol. 1.



Gnomonique agronomique

Par Denis Savoie

Un agronome souhaite planter un champ de tournesols qui feront 120 cm de haut, et seront espacés de 150 cm. Au milieu de chaque rang, l'agronome envisage de planter une autre variété de plante, plus petite. Il se demande alors combien de temps chaque jour est éclairé le milieu de la rangée et qu'elle est la meilleure orientation du champ afin de bénéficier d'un ensoleillement maximal.



On peut considérer que les rangées de tournesols correspondent à des rangs parallèles de hauteur a espacés d'une quantité x et ayant une déclinaison gnomonique D , qui sera prise ici dans le sens longitudinal (dans l'axe des rangs et non dans leur face).

Isolons une partie du rang : le problème peut être ramené à deux styles droits qui sont des portions de rang de hauteur a ($a = a'$ sur la fig. 1) séparés d'une distance x .

Lorsqu'il est midi solaire ($H = 0^\circ$), l'ombre des styles coïncide avec l'axe Nord-Sud : ce qui signifie que l'espace entre les deux styles est éclairé intégralement. Puis l'ombre va tourner jusqu'à atteindre l'axe Nord-Sud du deuxième style : l'ombre aura parcouru la distance x et l'angle horaire du Soleil sera H . L'éclairissement de la zone x vaut $2H$ dans ce cas précis. Ce x n'est autre que l'abscisse du point I , extrémité de l'ombre du style d'un cadran solaire horizontal. Et l'on sait que (voir *La Gnomonique*, Les Belles Lettres, 2007) :

$$x = a \sin H / (\cos \phi \cos H + \sin \phi \operatorname{tg} \delta)$$

Il faut donc extraire H de cette équation qui est de la forme ($A \sin H - B \cos H = C$), où $A = a$, $B = x \cos \phi$ et $C = x \sin \phi \operatorname{tg} \delta$. On résout cette équation en passant par un angle auxiliaire, tel que $\operatorname{tg} M = B/A$ et $m = A/\cos M$ et $\sin(H - M) = C/m$.

Exemple 1 : $\phi = 45^\circ 30'$, $\delta = +10^\circ$, $a = 120$ cm, $x = 150$ cm. On a $M = 41^\circ,223$, $m = 159,542$, $H - M = 6^\circ,7907$ d'où $H = 48^\circ,014$, soit 3 h 12 m. Donc comme l'ombre du matin est symétrique, on en déduit que l'éclairissement total de la zone vaut 6 h 24 m.

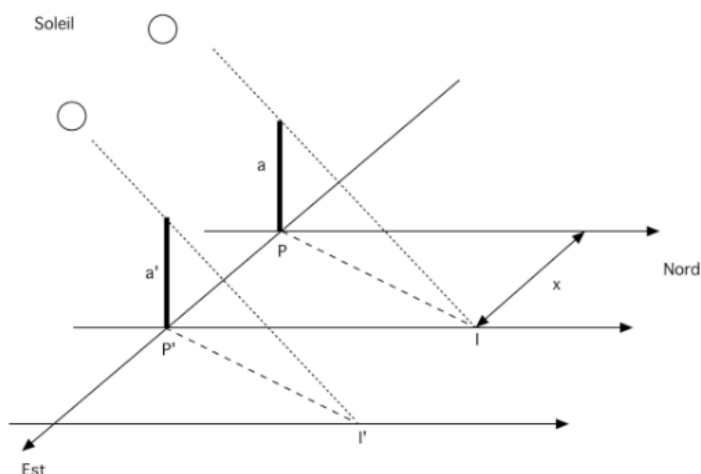


Fig 1 : Principe de calcul de l'éclairissement d'une distance x par l'extrémité de l'ombre I .

Il s'agit là de l'éclairissement total de l'espace entre deux rangs ; si l'on s'intéresse maintenant au milieu de la rangée, il suffit de prendre $x = 75$ cm : le matin, l'ombre du rang de tournesol se déplace (pour un observateur placé au Sud) de la gauche vers la droite (de l'Ouest vers l'Est). Au début, les tournesols projettent des ombres les uns sur les autres ; puis l'ombre tombe au pied d'un rang : l'espace commence à être éclairé. Le rideau

d'ombre progresse, atteint le milieu du rang dans la matinée (début de l'éclaircissement pour $x = 75$ cm) puis lorsque le Soleil passe dans le plan du champ de tournesols, toute la rangée est éclairée. Le rideau d'ombre, qui était jusque-là à gauche des rangs, passe maintenant à droite puis recouvre le milieu du rang dans l'après-midi.

En prenant les mêmes valeurs que dans l'exemple 1, mais avec $x = 75$ cm, on obtient $H = 27^{\circ},785$, d'où un éclaircissement de 3 h 42 m. Si maintenant on fait la somme des durées journalières d'éclaircissement, du solstice d'été à l'équinoxe d'automne par exemple, soit 91 jours, on obtient une durée globale de 363,195 heures, soit quasiment 4 h d'éclaircissement par jour.

Passons maintenant au cas plus général où les deux rangs ont une orientation D qui ne vaut pas zéro mais qui reste inférieure à une valeur D_{limite} voisine de 57° en France (voir *supra*). On se retrouve dans le même problème que précédemment mais avec un système d'axes orientés différemment (fig. 2). Il suffit en fait de prendre la formule qui donne l'abscisse x d'un cadran solaire incliné-déclinant dans laquelle on fait $z = 0^{\circ}$ (on peut imaginer un horizontal déclinant, voir *La Gnomonique, op. cit.*). On fera attention au fait que dans ce cas, l'angle horaire de l'après-midi n'est pas symétrique de celui du matin : il faut calculer H pour x et pour $-x$.

Evidemment, la résolution de l'équation est plus lourde mais le principe reste le même.

On pose :

$$A1 = -a \cdot \cos D;$$

$$A2 = x \cdot \cos \phi + a \cdot \sin D \sin \phi;$$

$$A3 = a \cdot \sin D \cos \phi \operatorname{tg} \delta - x \cdot \sin \phi \operatorname{tg} \delta$$

$$\operatorname{tg} M = A2/A1; \quad m = A2/\sin M;$$

$$\sin (H + M) = A3/m$$

Exemple 2 : $\phi = 45^{\circ} 30'$, $\delta = +10^{\circ}$, $a = 120$ cm, $x = 150$ cm et $D = 30^{\circ}$. On obtient $H = 58^{\circ},543$ (15 h 54 m) : c'est l'angle horaire du Soleil à l'instant où l'ombre du style touche l'axe situé 150 cm à droite. Pour $x = -150$ cm, on obtient $H = -43^{\circ},483$ (9 h 06 m). De sorte que l'éclaircissement total vaut 6 h 48 m (c'est donc mieux pour cette date-là d'avoir un champ Sud-Ouest qu'un champ plein Sud...). Pour calculer l'instant où le Soleil passe dans le plan des styles (donc dans le plan des rangs parallèles), il suffit de calculer pour quel H on a $x = 0$. On obtient $H = 18^{\circ},599$ (13 h 14 m). Si l'on calcule l'azimut A du Soleil à cet instant, on doit trouver que $A = D$.

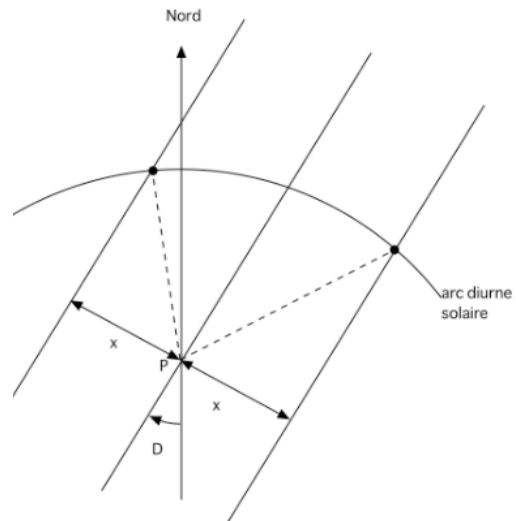


Fig. 2 : On a tracé vu de dessus trois rangées, orientées vers le Sud-Ouest d'un angle D . On a superposé l'arc diurne que décrit le sommet de l'ombre placé en P . La rangée du milieu porte ombre le matin sur la rangée de gauche ; à un instant donné, l'ombre de cette rangée tombe au pied et parcourt le sol : l'espace commence à être éclairé. Puis le Soleil passe dans le plan de toutes les rangées : tous les espaces sont éclairés. Puis la rangée de gauche commence à porter ombre sur l'espace situé à sa droite et finalement atteint la rangée centrale : l'espace cesse d'être éclairé.

Si l'on prend maintenant $x = 75$ cm et que l'on somme la durée d'éclaircissement entre le solstice d'été (obliquité = $23^{\circ},433$) et l'équinoxe d'automne, on obtient les résultats suivants en fonction de l'orientation :

D = 0°	éclairage = 363,195 heures	soit 4 h 0 m d'enseillement journalier
D = 30°	éclairage = 384,835 heures	soit 4 h 14 m d'enseillement journalier
D = 50°	éclairage = 427,635 heures	soit 4 h 42 m d'enseillement journalier

La solution la plus avantageuse pour l'éclairage global entre deux rangs semble correspondre ici à $D = D_{\text{limite}}$, où $D_{\text{limite}} = \pm \sin 23^\circ 26' / \cos \phi$. Si l'orientation est supérieure à D_{limite} , le Soleil ne peut plus passer une fois par jour dans le plan des rangées.

Que se passe-t-il maintenant dans un champ de tournesols orienté exactement Est-Ouest ou quasiment Est-Ouest ? Dès que l'orientation du rang dépasse D_{limite} , on se s'intéresse plus à l'abscisse x de l'ombre mais à son ordonnée y (fig. 3). Décrivons d'abord le phénomène en été pour un rang orienté exactement Est-Ouest : le matin, l'ombre d'un rang se projette sur le rang d'avant (plus au Sud), puis descend peu à peu vers le sol pour l'atteindre enfin : c'est le début d'éclairage de la rangée. Le rideau d'ombre, qui progresse du Sud vers le Nord, atteint – ou n'atteint pas –, le milieu de la rangée (cela dépend de la date, de la hauteur des tournesols, de l'espace entre deux rangs), puis redescend après midi solaire, du Nord vers le Sud. L'après-midi, on retrouve le même phénomène, mais inversé.

Dans le cas précis¹ d'un rang Est-Ouest, on a (voir *La Gnomonique, op. cit*) :

$$\cos H = (y \sin \phi \operatorname{tg} \delta + a \cos \phi \operatorname{tg} \delta) / (a \sin \phi - y \cos \phi)$$

Si l'on s'intéresse à l'éclairage de la moitié de la rangée de tournesols, on cherche donc pour quelle valeur de H le matin (angle horaire négatif) on a $y = -y$, qui sera symétrique de celui de l'après-midi. Mais il faut calculer en plus la longueur du rideau d'ombre à midi, car de deux choses l'une : ou bien la longueur de l'ombre à midi $[a \operatorname{tg} (\phi - \delta)]$ reste inférieure à y et dans ce cas la durée d'éclairage est égale à $2H$. Si par contre la longueur du rideau d'ombre est supérieure à y , alors la durée d'éclairage est égale au double de l'angle horaire pour $H = -y$ plus l'angle horaire pour $H = +y$.

Exemple 3 : $\phi = 45^\circ 30'$, $\delta = +23,4333^\circ$, $a = 120$ cm, $y = -75$ cm, on a $H = -84,4885$, d'où un éclairage ce jour-là de 11 h 16 m ; la longueur du rideau d'ombre à midi solaire vaut 48,65 cm. Si $\delta = 11^\circ 7'$, la longueur du rideau d'ombre à midi vaut 82,116 cm ; pour $y = -75$ cm, on a

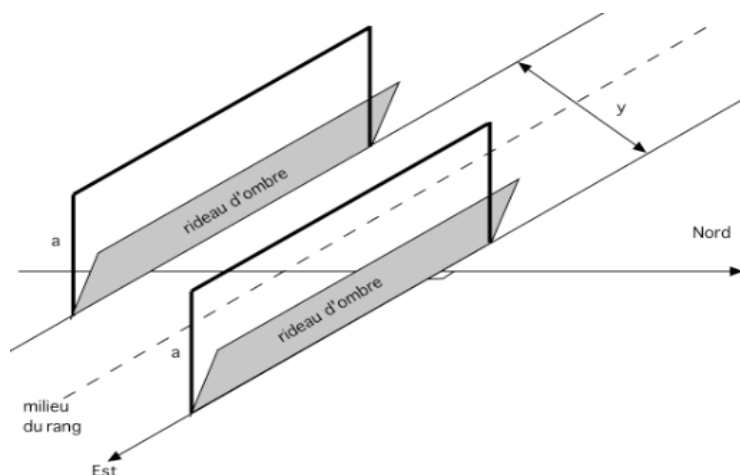


Fig 3 ►

¹ Dans le cas général d'un champ de tournesols quasi-oriental ou quasi-occidental, on a l'équation suivante de la forme $A \sin H + B \cos H = C$:

$$a \sin H \sin D + \cos H (a \sin \phi \cos D - y \cos \phi) = y \sin \phi \operatorname{tg} \delta + a \operatorname{tg} \delta \cos \phi \cos D$$

On résout cette équation en passant par un angle auxiliaire, ce qui n'est pas sans poser des problèmes car on obtient cet angle par une tangente, ce qui implique deux solutions à $\pm 180^\circ$. D'autre part, la déclinaison gnomonique du champ, compte tenu de nos conventions, prise égale à zéro pour un champ Est-Ouest, vaut donc -20° par exemple pour un champ très Ouest-Sud-Ouest. Enfin, et c'est un point essentiel, le maximum de l'ordonnée y n'a plus lieu à midi vrai mais pour un angle horaire que l'on obtient en rendant égale à zéro le numérateur de la dérivée $dy/dH = \sin D \cos \phi - \sin H \cos D \operatorname{tg} \delta + \cos H \sin D \sin \phi \operatorname{tg} \delta$. Par exemple pour $\phi = 45,5$, $D = +20^\circ$, $\delta = +23^\circ$, on a $H = 50,1244$.

$H_y = -87^{\circ},5046$; puis pour $y = +75$ cm, on a $H_{+y} = -35^{\circ},0399$; les angles horaires étant symétriques (rang Est-Ouest), on a donc une durée d'éclairement égale à $2(H_{+y} - H_y) = 104^{\circ},9294 = 7$ h.

En sommant du solstice d'été à l'équinoxe d'automne la durée d'éclairement journalier, on obtient 774,279 heures, soit 8 h 30 m d'ensoleillement journalier.

Le problème de ces rideaux d'ombre est géométriquement simple à poser mais laborieux à résoudre dans certains cas limites². Tout revient à faire pivoter sur un réseau d'arcs diurnes deux rangs, plus ou moins haut, plus ou moins écartés. En faisant varier ces paramètres on peut obtenir des solutions amusantes et originales.

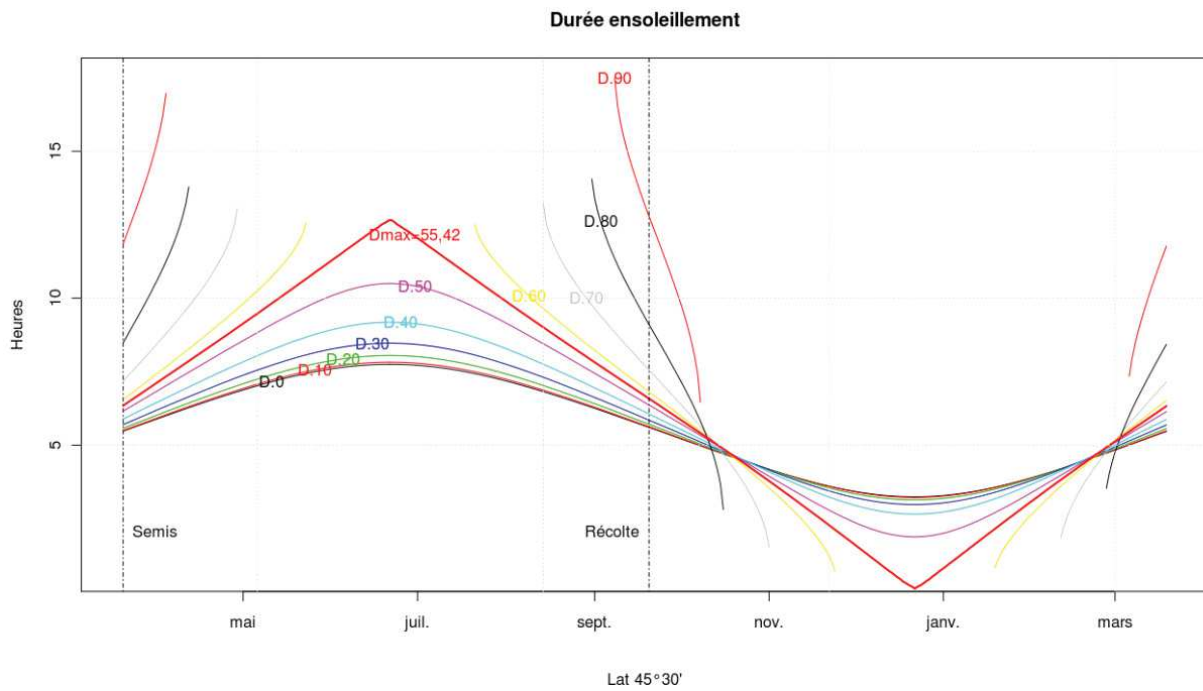
Merci à Gérard Baillet et Marc Goutaudier pour leurs vérifications numériques sur *Pov Ray*.

Remarque:

Cette étude répond à une demande réelle.

Pour la saison 2011, les rangées de tournesols seront orientées suivant un azimut de 55° Sud avec du soja en inter rang.

Ci-dessous le graphique qui a convaincu les agronomes de Nova Gradiska en Croatie.



² Bien entendu, on peut aller encore plus loin en s'intéressant aux coteaux de vignes qui sont des rangs inclinés et déclinants... La procédure de résolution reste absolument la même. Il existe d'autres solutions que celle présentée ici pour résoudre le problème ; Gérard Baillet par exemple a mis au point une procédure de calcul dans *Pov Ray* qui calcule l'intervalle de temps que met l'arc diurne du Soleil à franchir deux grands cercles. On peut en effet faire passer par le milieu de la rangée d'un rang de tournesols un plan incliné qui passe par le sommet des rangs ; c'est un plan incliné-déclinant dont on peut chercher les instants de passages du Soleil dans ce même plan.



Quand le chartreux ne priait pas...

Par Joseph Theubet et Michel Ugon

Il dormait certes, mais probablement très peu, au point qu'il avait toutes les peines du monde à se réveiller pour... réveiller les autres moines ! Afin de remédier à son inertie, il inventa différents stratagèmes qu'il décrit dans son autobiographie, elle-même composée de 20 000 alexandrins !



Dom Jean-Joseph Hermann

*Je dors comme un enfant, et suis dur au réveil ;
J'ai la plus grande peur à rompre mon sommeil.
Pour réveiller mon monde à chaque heure requise,
A de nouveaux engins il faut bien que j'avise.
Je fais, d'abord, tomber un maillot¹ sur mon lit,
Qui, mû par mon réveil, fait un terrible bruit.
Au bout d'un certain temps ce grand coup de tonnerre,
Ne me réveillant plus, ne fait plus mon affaire :
Je fixe à mon maillot un rameau de coudrier,
Pour le faire servir en guise de levier.
J'attache une ficelle à ce genre de manche,*

*Qui, le maillot tombant, me découvre la hanche.
Le froid, en saisissant mes membres découverts,
M'éveillait. Ruse bonne au milieu des hivers ;
Mais au fort de l'été la fraîcheur on envie.
Je prends donc la ficelle, à la main je la lie :
M'arrachant de mon lit par le poids du maillot,
Elle m'éveille en sursaut, sans même dire un mot.
Cinq à six mois l'engin remplit bien son office ;
Mais plus tard sans effet est aussi son service.
Il faut que mon réveil soit plus ingénieux ;
Le besoin que j'en ai me rend industriel.
Je ne m'épargne pas, et, sans miséricorde,
Il faut que je me réveille : Allongons cette corde*



Une farce de moine
G. Gambarini (1680-1725)

*Pour me la mettre au cou, sans souci du danger,
Aimant mieux le péril qu'au devoir déroger.
Mais pour ne pas passer dans la vie éternelle,
Je ne fais pas couler le nœud de ma ficelle.
Le maillot, en tombant, me lève par le cou,
Sans m'étrangler pourtant, tirant comme un licou.
Il me fait bien pâlir au chignon, à la nuque,
Soulevant sans pitié ma tête sans perruque.
L'on s'accoutume à tout. Deux fois l'on ma retrouvé
Pendû, dormant encore, à moitié soulevé.*

Il paraîtrait que la dernière parole du moine dormeur fut : « Ah, je m'éveille enfin! ».

¹ Il doit s'agir plutôt du maillet, marteau à deux têtes.

Le Suisse, Dom Jean-Joseph Hermann, né à Ruyères en 1753, est issu d'une famille de treize enfants. Malgré son attrait pour l'étude, il commença par seconder son père qui était charpentier. En 1782, il entra comme novice à la chartreuse St-Hugon (Savoie)² pour la quitter en 1793 sur ordre des révolutionnaires. En 1794, il fut accueilli à la chartreuse de la Part-Dieu en terre gruérienne (Fribourg) pour y rester jusqu'à sa mort en 1821.

Autodidacte, il avait acquis de remarquables connaissances en physique, en astronomie et, nous l'aurons compris, en horlogerie. On lui doit des réalisations d'horloges astronomiques à 7 cadrans et à sable, d'anémomètres, d'instruments servant à mesurer les distances parcourues à pied ou avec un véhicule, un orgue automatique, un compteur pour omnibus, une scie à vent destinée à réguler le trop faible débit du ruisseau de son monastère, etc.³

Le Musée gruérien de Bulle (FR) est détenteur du manuscrit intégral de ses « Mémoires ». Il y expose également une partie de ses créations.

...il créait des cadrans solaires.

Tout naturellement, c'est au moins gnomoniste qu'on s'intéressera. En plus d'une horloge astronomique et d'un « cadre parlant » à l'effigie de Bonaparte, sont exposés dans ce même musée quelques cadrans solaires (CS) de poche, dont un petit polyèdre de 6 cm où 24 faces sont utilisées, ainsi qu'un manuscrit (Réf. MMS. 364. Dim. 51,5 x 34,5cm) datant de 1790 décrivant la construction d'un CS vertical déclinant de 30°W, et d'un CS orienté à 80°E, sans démonstration celui-là. Ces déclinaisons sont notifiées dans le texte, de même que la latitude de 45°N. A remarquer que la latitude réelle de la chartreuse St-Hugon est de 45° 26' 29''N.

On remarquera que ces deux CS portent les numéros 22 et 23, ce qui laisse supposer que le chartreux en a dessiné au moins une vingtaine d'autres qui, hélas, ne nous sont pas parvenus.

1. Le Cadran déclinant de 30° SW

Texte original du manuscrit :

AVERTISSEMENT : Il est reproduit tel quel avec les fautes d'orthographe (selon nos règles actuelles). Entre parenthèses, les mots proposés. L'abréviation ouvrant le « *texte en bas à droite* » n'a pu être déchiffrée.

Texte du haut et à droite :

<<Plan d'une montre Solaire verticale pour la latitude de 45 degrés et pour la déclinaison de 30 degrés vers l'occident. Ce plan (avec ?) un abrégé de toutes les règles de l'horlogiofie (horlogiographie ?) et sert à construire toutes-(sortes ?) de cadrans méridionaux pour toute espèce de latitude et déclinaison, tant du côté de l'orient que du côté de l'occident. Si la

² Elle se trouve à 5 km de la commune d'Arvillard. Cette chartreuse abrite actuellement un centre bouddhiste du nom de « Karma Ling ».

³ **Sources** : Une partie de la biographie de Dom J.-J. Hermann a été publiée par la « *Revue de la Suisse catholique* », vol. XI (1879/80), XII (1880/81) et XIII (1881/82) par

A.-M. Gachet, Dom Hermann et ses œuvres.

L.-M. de Massiac, *Dom J.-J. Hermann et ses œuvres* in FA (Fribourg artistique), No 19, 1908

Chapuis, *Le Moine dormeur* in Etr. Neuchâtel, 1923

Dictionnaire bibliographique de la Suisse, 1928

Anne-Marie Barat, *La chartreuse de St-Hugon*, p 103-128, Ed. de Belledonne, Grenoble, 1993

Denis Buchs, *L'horloge du moine mécanicien*, in « Cahiers du Musée gruérien », revue d'histoire régionale, No 4, 2003

Louis Veuillot, *Les pèlerinages en Suisse*, dix-neuvième édition, p 76-7, Tours, 1889

déclinaison se trouve du côté de l'orient, on opère du côté de l'occident. Le plan doit être environ $\frac{1}{3}$ plus large que long. L'emplacement des heures n'entre pas dans la numérotation ; on forme ordinairement cet emplacement après avoir tiré la ligne méridienne. On peut aussi se servir de ce plan tel qu'il est ou d'autres semblables pour la déclinaison de 30 deg : du côté de l'orient en appliquant la face du plan contre la muraille, mais il faut changer les heures. Pour cet (cela?) on peut piquer les lignes, ou tailler le papier et tout le reste se trouvera juste. On peut faire la même opération du côté du septentrion en appliquant la face du cadran contre la muraille renversée sans changer les heures.>>

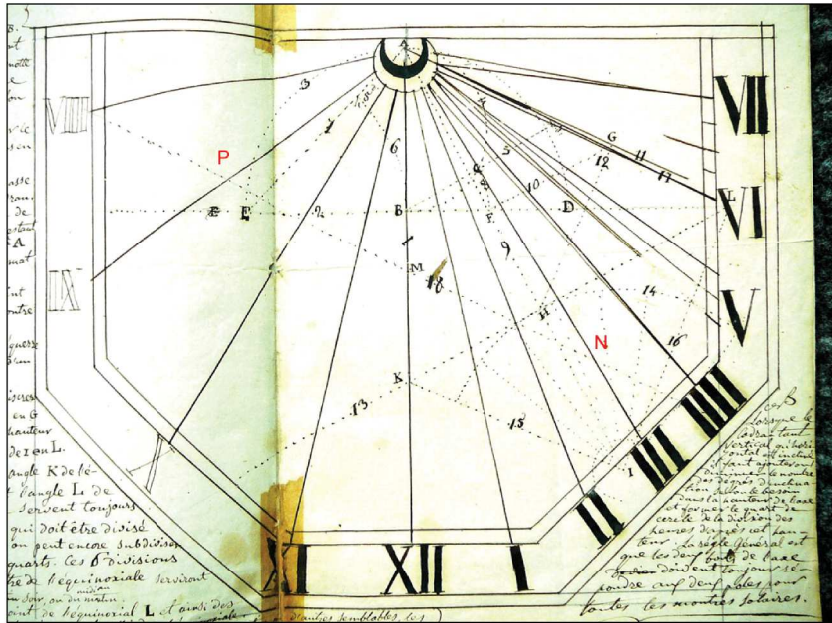


Figure 1 : Extrait d'après le manuscrit de la Chartreuse Saint-Hugon

Texte de gauche avec commentaires:

Nota : les différentes étapes sont numérotées de 1 à 18 par J.-J. Hermann afin de faciliter la lecture. Ces repères numériques qui marquent chaque étape se retrouvent aisément sur la figure 1. En suivant le texte, nous reprendrons donc dans le même ordre les différentes étapes de la construction écrite en caractères gras et en les explicitant.

No 22: La 1ère ligne est la méridienne qui doit-être perpendiculaire au milieu du plan A.

Cette première étape (non numérotée) consiste à tracer l'intersection du plan méridien du lieu perpendiculaire à la table verticale. C'est la ligne verticale de Midi qui passe par le centre A du cadran.

2 - L'horizontale à l'équerre de la méridienne d'un sixième au dessus du milieu du plan EBD.

L'étape 2 permet de tracer une horizontale EBD (fig. 3), donc perpendiculaire à la ligne verticale de Midi. Le point B, intersection de cette ligne de Midi et de l'horizontale, se trouve sensiblement au sixième de la hauteur du cadran, au dessus du milieu de la table de telle façon que le tracé des lignes horaires soit bien visible.

3 - Le grand demi cercle comprenant la (sic) troisième espace du plan posé au point B à A.

J.-J. Hermann trace ensuite le demi-cercle supérieur des latitudes de centre B et de rayon BA (fig. 3). Ici la latitude ϕ est de 45° donc l'angle $AEB = \phi = 45^\circ$ et $BA = BK$, avec K intersection de l'équatoriale avec la ligne de Midi. Ce cercle de diamètre AK possède son milieu en B. Ici, la latitude est égale à 45° avec $AB = g \cdot \sin \phi$ (avec $g = AD = AE$), et la construction est toujours valable quelle que soit cette latitude ϕ . Comme $AB/BK = \text{tg}^2 \phi$, on a $AB < BK$ dans le cas ou $\phi < 45^\circ$ et $AB > BK$ dans le cas contraire.

Démonstration :

Sur la figure 2, l'angle ADB est le rabattement de l'angle ASB autour de la ligne verticale de Midi AB sur le plan de la table. Donc les angles ADB et ASB sont égaux et $AD = AS$, ce qui entraîne $AB = BD \cdot \text{tg}(\text{ASB}) = BS \cdot \text{tg} \phi = g \cdot \sin \phi$ avec $g = AD = AS$ (longueur du style).

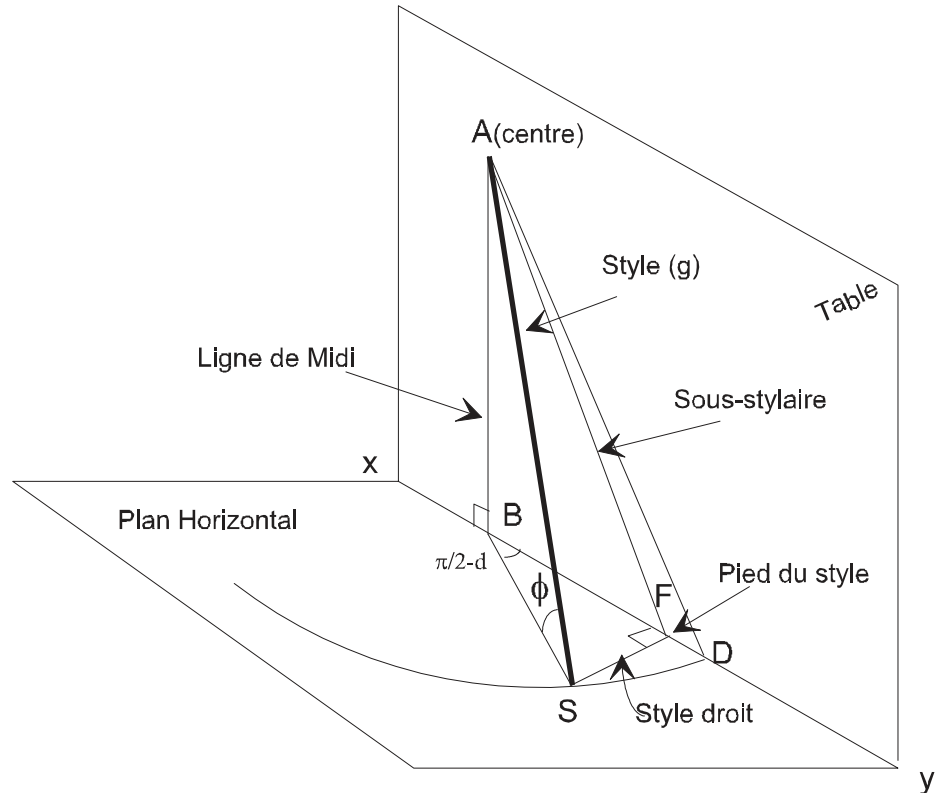


Figure 2 ►

4 - Le petit demi cercle doit remplir la moitié du grand posé contre la méridienne.

Ensuite, Dom.Hermann trace le demi-cercle de diamètre AB. Ce « petit demi-cercle » va servir, comme on va le voir, à tracer la sous-styloire. Puisque la latitude est de 45° , son diamètre est égal à la moitié du cercle des latitudes de diamètre AK. (voir fig. 3)

5 - La déclinaison part du point D.

On peut remarquer ici que la construction suppose que l'on connaisse l'angle de déclinaison gnomonique du mur ($d = \text{angle DBC}$ sur la figure 3). Ceci ne pose pas de problème particulier car il existait de nombreuses méthodes décrites dans les ouvrages de l'époque pour déterminer cette déclinaison, soit en utilisant des points d'ombre soit en utilisant la méthode des cercles hindous avec quelques calculs.

La construction consiste donc à tracer cet angle en partant du point D sur l'horizontale et ayant pour sommet le point B. L'autre coté de l'angle coupe le petit cercle en C.

6 - La latitude en cercle prise en part de B.

7 - La latitude directe part de E en passant par le point du cercle de la latitude dénote le point A plus haut ou plus bas que l'extrémité des deux demi cercles selon la latitude de pais (sic).

Les deux étapes 6 et 7 découlent directement de la construction du cercle des latitudes décrite lors de l'étape 3 : l'angle $AEB = ADB$ est égal à la latitude ϕ .

8 - Le petit bout de cercle sert à trouver le point de la sous-stylaire F, le compas en B part du point C à F.

Il s'agit ici de trouver le point F d'intersection entre la sous-stylaire et l'horizontale. Puisque le segment $BC = BF$, il suffit de tracer (fig.3) l'arc de cercle de centre B et de rayon BC qui coupe l'horizontale au point F recherché.

Démonstration géométrique:

Le petit cercle de diamètre AB résulte d'un double rabattement. Le premier est le rabattement de 90° du cercle horizontal de diamètre BS (fig.2) autour d'un axe également horizontal perpendiculaire au plan stylaire et passant par B (axe non tracé). Le second est le rabattement du cercle dans le plan de la table autour de AB. Le résultat est donné figure 3, son diamètre est égal à $AK/2$ lorsque $\phi = 45^\circ$. Le triangle ACB est rectangle en C et il résulte des deux rabattements que $BC = BF$.

Démonstration algébrique :

D'après la figure 2, $BC = g \cdot \cos \phi$. $\sin d = BF$ par construction, tandis que l'autre côté du triangle rectangle vaut $AC = g \cdot \cos \phi \cdot \cos d$. Comme ici $\phi = 45^\circ$, on a $AC = SF = FG$.

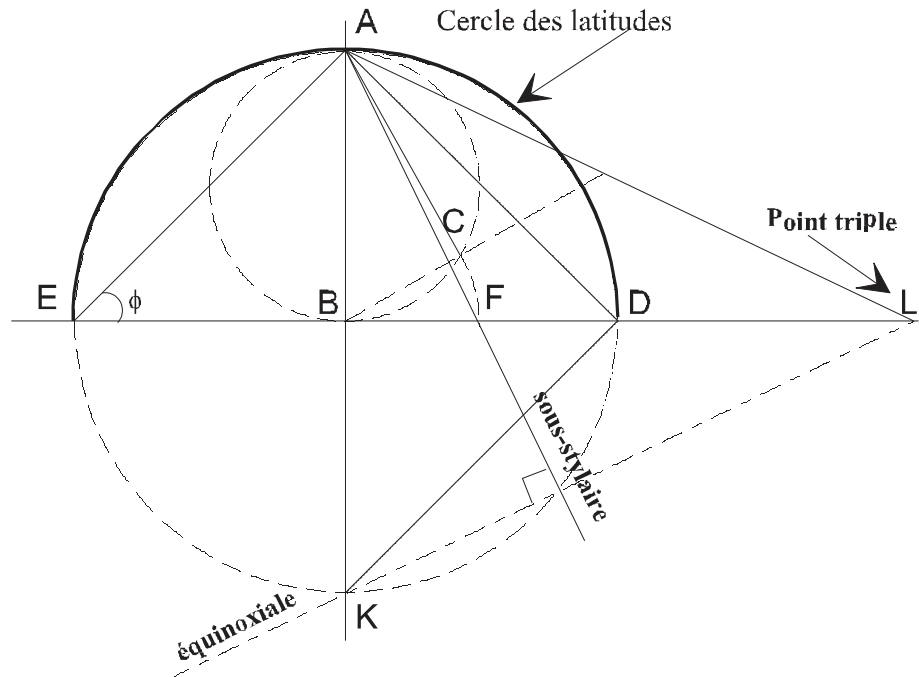


Figure 3 : épure de tracé de la sous-stylaire ►

9 - La sous-stylaire part du point A, passe par le point F jusqu'au fond du cadran.

D'après ce qui précède, cette étape est claire puisque la sous-stylaire est précisément la demi-droite AF prolongée (fig. 3).

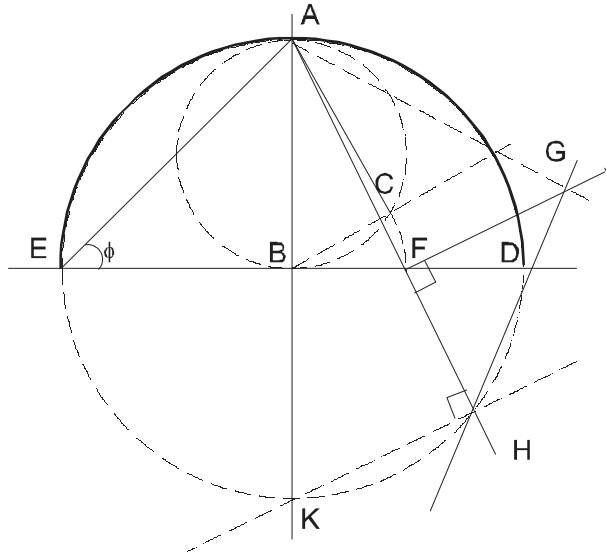
Nota : Le mode de construction de la sous-stylaire AF qui utilise un double rabattement a disparu au début du 18^{ème} siècle au profit de la méthode géométrique classique qui utilise un seul rabattement autour de l'horizontale (voir notamment N.Bion – 1725- page 316) et qui est valable quelle que soit la latitude. En effet, le diamètre du petit cercle n'est égal à AB que dans le cas où $\phi = 45^\circ$.

Pour trouver une pareille construction à double rabattement, il nous a fallu remonter jusqu'en 1653 dans l'ouvrage de Pierre de Sainte Marie Magdelaine, *Traité d'Horlogiographie*, qui devait figurer naturellement dans la bibliothèque de la chartreuse Saint-Hugon. On peut aussi noter que les notations des points y sont très voisines.

10 - Le stile part de F à G à l'équerre de la sous-stylaire, sa longueur est le restant du petit demi cercle de l'angle C à A qui est son extrémité pour le climat de St. Hugon.

11 - L'axe part du point A pour le point G, sa longueur est jusqu'à la rencontre de la soustilaire H.

13 - L'équinoxiale prise en H à l'équerre de la soustilaire, sa longueur est d'un à l'autre.



Nous avons vu en 8) que la longueur du style droit était, dans notre cas, égale à AC. Le texte rappelle que le style rabattu sur le plan de la table est AG, et que la perpendiculaire à AG rencontre la sous-styloire en H (fig.4).

◀ Figure 4 : tracé de l'angle stylaire GAF

Notre moine a dû s'endormir à l'étape 12, qui devait sans doute préciser que GH était « à l'équerre » avec AG, car il est directement passé à l'étape 13.

14 - Le quart de cercle est prolongé à discrétion et sa grandeur se prend de H en G porté en I qui est toujours de la hauteur de l'axe.

Ici, on retrouve la construction classique des lignes horaires qui utilise un cercle diviseur équatorial auxiliaire de centre I. (voir à nouveau fig.1). Ce centre I est obtenu avec le compas en traçant l'arc de centre H et de rayon HG.

15 - Le quart de cercle de I en K. et de I en L.

16 - Le quart de cercle de I en L. L'angle K de l'équinoxial sur la méridienne, et l'angle L de l'équinoxial sur l'horizontale servent toujours à former le quart de cercle qui doit être divisé en 6 parties égales, lesquelles on peut encore subdiviser en 3 pour les demis et les quarts. Ces 6 divisions tirées du I jusqu'à la rencontre de l'équinoxial serviront à tracer les 6 heures du midi au soir, ou du midi au matin.

17 - La ligne 6h part de A jusqu'au point de l'équinoxial L et ainsi des demis et des quarts et des autres heures qui peuvent atteindre l'équinoxiale.

Il s'agit encore du quart de cercle diviseur de centre I et de rayon IH (fig.1). Il est divisé en 6 angles égaux de 15° , dont les côtés coupent l'équinoxiale aux points horaires K = 12H, puis 1H, 2H, 3H, 4H, 5H et 6H dans le sens horaire. L est le point triple déjà vu en figure 3 : c'est le point de concours de l'horizontale, de l'équinoxiale et de la ligne de 6H. A l'étape 16, Dom Hermann signale que l'on peut subdiviser chaque heure en 3 parties, une ligne bissectrice de chaque angle horaire pour les demis et deux autres lignes re-divisant l'espace en deux parties égales pour les quarts.

18 - La ligne parallèle à 6h distante à discrétion sert à trouver 8 et 9 heures du matin ou d'autres semblables, lesquelles ne peuvent atteindre l'équinoxial posant le compas dans la méridienne au(?) point M, l'ouvrant jusqu'à la ligne 3h : à l'angle de la parallèle, cette distance portée de l'autre côté doit marquer 9h du matin, et celle de 4h : 8h : ainsi que des autres selon le besoin. On peut faire la même opération pour les demis et les quarts.....

Toujours dans la figure 1 nous voyons que Dom Hermann trace une parallèle à la ligne de 6H (18H) passant par un point M de la ligne de Midi. Cette parallèle coupe la ligne de 3 heures en N (ajouté en rouge sur la figure) et il lui suffit de poser son compas en M et de marquer le point P symétrique de N pour obtenir la ligne AP de 9 heures. Ensuite il opère de la même façon pour déterminer les lignes de 8 h, de 10h et 11h.

Cette étape 18 est très intéressante : elle permet de déterminer les lignes horaires dont les intersections avec l'équinoxiale sont à l'extérieur de l'épure. Nous n'avions jamais rencontré cette construction astucieuse à cette époque. Elle n'est autre que l'application de la méthode des tangentes imaginée par... Robert Sagot il y a seulement quelques années⁴. Il serait donc intéressant de savoir qui est vraiment l'auteur de cette méthode retrouvée récemment...

Texte en bas à droite :

ceB (?)

Lorsque le cadran tant vertical qu'horizontal est incliné, il faut ajouter ou diminuer le nombre des degrés d'inclination selon le besoin dans la hauteur de l'axe et former le quart de cercle de la division des heures d'après cet hauteur. La règle général est que les deux bouts de l'axe doivent toujours répondre au deux poles pour toutes les montres solaires.

Ceci traduit le fait que notre chartreux connaissait le moyen de construire un cadran vertical équivalent au cadran incliné en un lieu où l'axe doit toujours être polaire.

2 - Les tribulations du cadran d'Arvillard

Personne n'a souvenir d'avoir vu un cadran solaire sur le mur de la chartreuse St-Hugon.

En revanche, à 5 km de là, à Arvillard, commune dont fait partie l'ancien monastère, existe encore un cadran de 1790, date du manuscrit de Dom Hermann !

A première vue (fig. 5), il ressemble au cadran solaire décrit ci-dessus... donc cela mérite un détour.

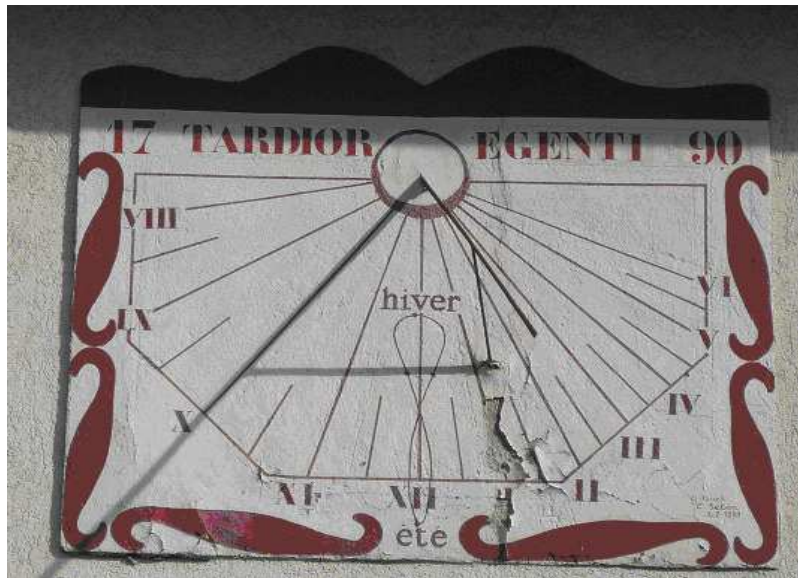


Figure 5 : Le cadran d'Arvillard

⁴ Voir le livre « La Gnomonique » de D.Savoie pages 346 à 352 pour la description de la méthode et sa démonstration.

Le cliché de la figure 5 qui a été pris le 22 octobre 2010 montre que le cadran indique 10H heure solaire, or l'heure légale est donnée par :

$$TL = TS + 2H + E + \lambda$$

Avec E = équation du temps le 22 octobre = - 15' 30'' et $\lambda \cong - 24'$ pour Arvillard (longitude $\cong 6^{\circ}07'$). Donc $TL = 12 - 15'30 - 24' = 11h20$.

Cependant la montre indique 10h40, donc nous pouvons craindre une construction fautive de ce cadran restauré en 1989, et cela nous incite à poursuivre notre quête par une analyse plus approfondie.

Comme notre moine, par un point de la ligne de midi nous avons mené une parallèle à la ligne de VI heures du soir afin de réaliser un test des tangentes. Nous laissons le soin au lecteur de tracer cette droite... et de s'apercevoir, comme nous, que l'éventail horaire n'est pas une projection gnomonique, surtout lorsque l'on s'éloigne de la ligne de midi. Même constat en traçant une parallèle à la ligne de VIII heures et en prenant cette fois son intersection avec la ligne de II heures PM comme centre de symétrie. Ce constat montre nettement un tracé erroné et un style incorrect sur le cadran actuel, d'autant plus qu'un examen de la fiche de la Commission des Cadrans Solaires nous indique que :

- ce cadran, situé sur la place au « Café des voyageurs », est peint en noir sur fond bleuté.
- son style possède un disque terminal avec une jambe prenant appui vers I heure
- la courbe en 8, qui comporte un pointage des 4 saisons, est incorrecte
- le test des tangentes est satisfaisant et correspond à une déclinaison gnomonique de 31°

Il est donc clair que cette description ne correspond pas au cadran actuel.

Un examen plus attentif du cliché montre qu'avant la restauration de 1989, il existait un autre cadran sous-jacent, avec un tracé plus à l'ouest, y compris une courbe en huit⁵ et un style décalés, par contre, nous n'avons trouvé aucun cliché correspondant à la description de la fiche. Il devient de plus en plus clair que, comme c'est souvent le cas, nous nous trouvons en face de plusieurs cadrans superposés et que l'adjonction d'une courbe en 8 a dû entraîner celle du disque terminal sur le style.

C'est alors que Paul Gagnaire, dont le nom figure sur la fiche, nous fournit un cliché datant de 1982 et que Serge Gregori en retrouve un autre de 1978, toujours sans courbe en 8 et sans disque. Bien que le cadran de 1982 présente des analogies avec celui de la figure 5, aucun de ces cadrans n'est identique!

La figure 6 reproduit le cadran de 1978 après avoir redressé la perspective et recalculé ce cadran pour une déclinaison de 31° . Que constatons-nous ?

- Le style, avec sa jambe, occupe cette fois une bonne position avec une sous-stylaire vers 14h40 et un angle stylaire meilleur.
- La numérotation des lignes horaires a disparu
- Le test des tangentes est correct
- L'éventail horaire présente de nombreuses lignes avec des divisions variables de 1/5, 1/4, 1/3, 1/2, et 1 heure en se rapprochant de la sous-stylaire.
- Ces lignes horaires, qui sont justes, ne correspondent pas à celles du cadran restauré en 1989.
- Il n'y avait pas de courbe en 8
- La devise était « TARDIOR L.GENTI »
- L'encadrement par des courbes en S n'existait pas

⁵ Rappel :t Jean-Paul Grandjean de Fouchy introduisit les courbes en 8 en 1740.

Sur l'éventail horaire, les divisions variables, peu courantes, ont perturbé les restaurateurs successifs et ils se sont trompés sur leur affectation.

Pour le L.GENTI de la devise, nous savions déjà qu'il s'agissait d'une faute de latin due probablement à une erreur de lecture lors d'une restauration ayant eu lieu avant 1978 et que le mot EGENTI a été rétabli en 1989⁶.

Il nous apparaît donc que le tracé du cadran de 1978 était correct et que le style et l'éventail horaire ont été fautivement repris plus tard lors des restaurations successives.



Figure 6 : Le cadran d'Arvillard en 1978

Un doute subsiste donc sur l'origine du cadran d'Arvillard, mais, comme le dit justement Paul Gagnaire, il est très peu probable que notre moine ait réalisé un cadran sur cet emplacement alors qu'il avait tout le loisir de le faire sur l'église ou le presbytère. Dans ce cas, il n'y aurait donc pas de relation entre ce cadran et celui du manuscrit de Dom Hermann, dommage !

3. Le Cadran déclinant de 80° SW

Texte original

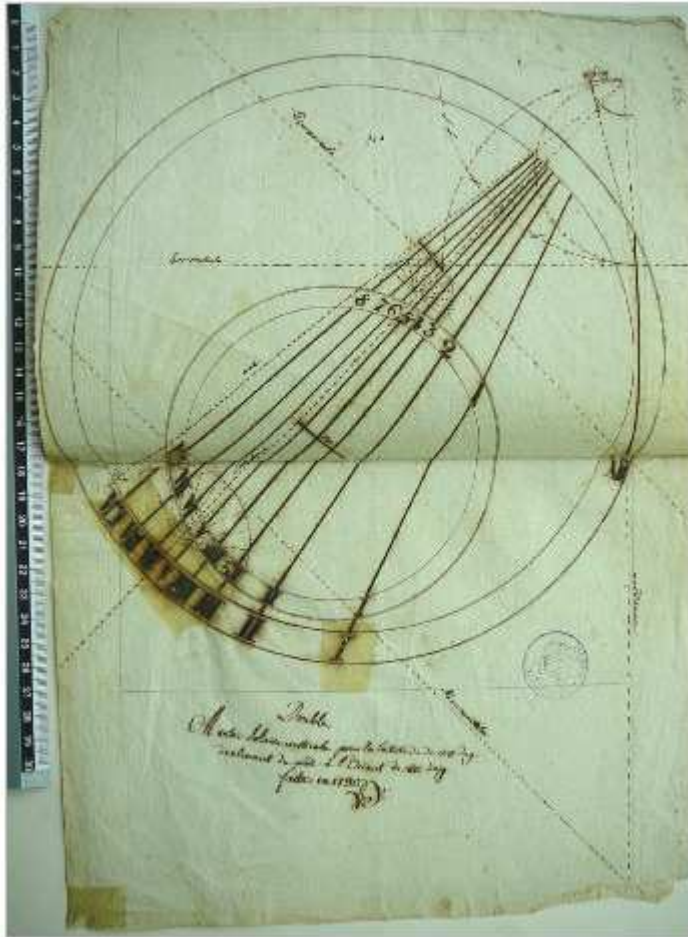
No 23 : Double Montre Solaire verticale pour la latitude de 45 deg. declinant du midi à l'Orient de 80 deg. faite en 1790.

Sur cette représentation n° 23 (fig.7), nous retrouvons une méthode classique pour construire des cadrans à centre inaccessible. Cette construction passe tout d'abord par celle de la sous-stylaire (marquée « axe » sur le dessin) telle que nous l'avons déjà vue plus haut. Ensuite, le tracé d'une première équinoxiale avec son cercle diviseur donne une série de points horaires sur cette droite. Le second cercle diviseur est obtenu par rabattement autour d'une deuxième équinoxiale et donne une nouvelle série de points d'intersections. En joignant ces points deux à deux, on obtient les lignes horaires.

D'emblée on corrigera les numéros des lignes d'heures. En effet, un tel cadran presque plein Est indique les heures du matin et non, comme l'a écrit notre moine distrait, celles de l'après-midi. Peut-être a-t-il été influencé par l'orientation des pages ?

⁶ TARDIOR EGENTI : Trad. libre : (Les heures paraissent) plus longues aux pauvres

Ainsi il faudra remplacer, dans le sens horaire, l'heure I par XI, l'heure II par X, et ainsi de suite jusqu'à IV heures du matin.

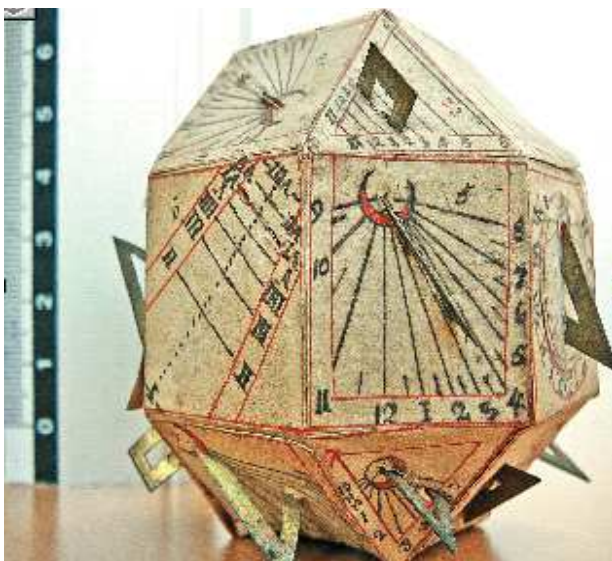


◀ Figure 7 : Le cadran vertical déclinant de 80° Est

En conclusion, il apparaît que Dom Hermann n'est certes pas un nouveau Athanasius Kircher, ni un disciple de Bedos de Celles. Son initiation à la gnomonique est-elle livresque ou reçue par l'un de ses frères ? Quoiqu'il en soit il en a compris les règles, même s'il ne s'exprime pas toujours en langage « mathématique », car elles sont rigoureusement appliquées. Son remarquable multiface du musée gruérien le prouve.

Que n'aurait-il réalisé si la prière n'avait pas été sa première préoccupation ?

⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe



Des photos complémentaires concernant cet article





Le cadranier inconnu du Queyras

Par Michel Ugon

Dans cette magnifique région du Queyras, subsiste encore une bonne vingtaine de cadrans solaires visiblement réalisés par un mystérieux individu entre 1821 et 1839. En effet, tous ces cadrans (voir Annexe) sont de la même facture, tant en ce qui concerne les graphismes que les devises d'inspiration religieuse. Nous allons donc partir sur les traces de ce cadranier inconnu, en découvrant qu'il utilisait déjà les mêmes techniques de tracé que Zarbula et qu'il nous a peut-être même laissé ses initiales.

Nous commencerons notre périple aux Meyriès, hameau qui surplombe Château-Queyras, où il a réalisé trois cadrans assez bien conservés

1^{ère} Partie : Trois cadrans aux Meyriès

Tout d'abord, penchons nous sur les deux cadrans complémentaires réalisés à l'angle Sud-Est de la maison de F.THIER(latitude 44°45'). L'étude de ces deux cadrans s'est avérée assez délicate, en particulier pour le cadran Nord-Est. En effet, ce dernier est très déclinant et les calculs de son éventail horaire ne correspondent pas à la construction géométrique observée, notamment pour les lignes horaires X à XI.

Le cadranier inconnu s'est-il trompé ? pour tirer cela au clair, il faut commencer par analyser l'autre cadran.

La maison THIER

1 –1 Le cadran Sud-Est de la maison Thier

C'est un cadran vertical classique. On y distingue la sous-styloire vers 11 heures, l'équatoriale et le cercle diviseur centré en W sur la sous-styloire. Bien entendu, on voit très bien sur ce cliché que le style a été plié.

Le calcul de ce cadran vertical a permis de retrouver le même éventail horaire .

La figure 2 ci-après montre ce résultat calculé. On pourra vérifier la concordance mais aussi l'exactitude des lignes horaires par la méthode des tangentes : La parallèle à la ligne de 15 heures coupe celle



Figure 1 : le cadran Sud-Est de la maison Thier

de 8 heures en K1 et les intersections respectives avec les lignes de 7, 6 et 9, 10 sont bien symétriques par rapport à ce point. Même chose pour le point K2 intersection de la ligne de 13 heures avec la parallèle à celle de 7 heures.

En ce qui concerne le point « Z », le calcul donne 7 H 26' et cela correspond bien à l'intersection de l'horizontale avec la portion de cercle « Z » encore visible centrée sur C. Donc on peut considérer que ce cadran est juste, et ce qui va suivre laisse raisonnablement penser qu'il a été construit en premier.

Il est doré et déjà important de constater que l'existence du point « Z » sur ce cadran montre que Zarbula avait un prédécesseur. Mais ceci pose à nouveau la question : Quelle est la source

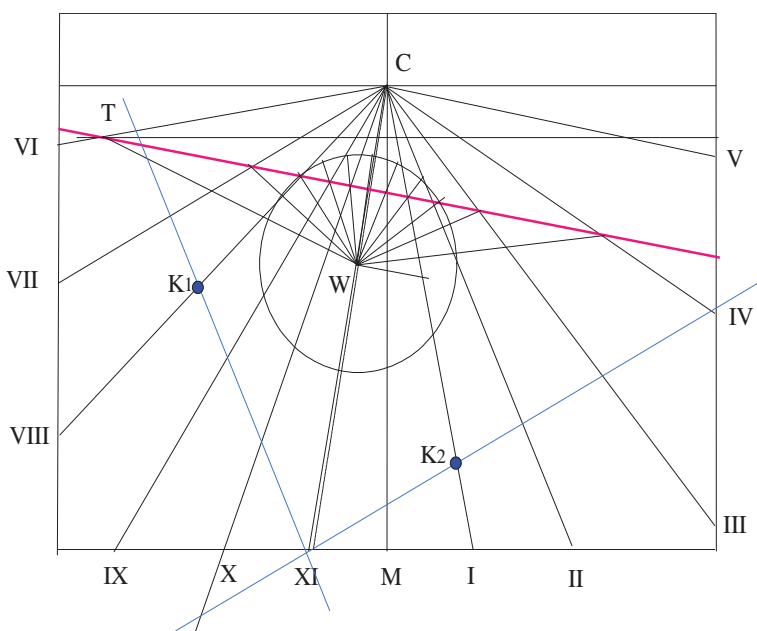


Figure 2- Le cadran Sud-Est calculé pour $D = -10^\circ$

de cette méthode ? ajoutons que la devise latine de ce cadran est « SOLI DEO, HONOR, ET GLORIA » devise que l'on voit sur d'autres cadrans de la région mais, grâce à Alain Ferreira qui a organisé un séjour dans le Queyras, nous l'avons aussi retrouvé intégralement avec un graphisme identique sur une fresque du plafond de la chapelle Ste Marie-Magdeleine peinte au hameau des Escoyères en 1813 (commune d'Arvieux). Notre cadranier inconnu peignait donc également des fresques religieuses...

1 -2 – Le cadran Nord-Est de la maison Thier

Pour ce cadran, c'est une autre histoire. La première chose qui saute aux yeux est sa très forte déclinaison gnomonique Nord -Est avec son style inversé planté vers le bas de la table et un éventail horaire étroit tourné vers le haut.

J'ai donc procédé, dans un premier temps, à la vérification du tracé par « le test des tangentes », car cette méthode retrouvée par Robert Sagot est très puissante : elle permet d'étudier l'éventail horaire de tout cadran plan, même photographié (méthode fondée sur le fait que toute projection gnomonique planaire se projette également suivant une projection gnomonique). La parallèle à la ligne de IV heures coupe celle de X heures au point de contrôle K. Sur cette droite, on voit immédiatement sur un cliché quelconque que les segments X-IX, X-VIII et X-VII ne suivent pas la progression normale, alors que XI-X est bien égal à X-IX, donc il y a un problème de tracé dans ce cadran, mais lequel ?

Un premier constat réside dans le fait qu'un test des tangentes réalisé sur plusieurs clichés à partir d'un point de la ligne de X heures ne fonctionne pas. Ce cadran serait-il donc fautif ?

je ne saurais trop conseiller au lecteur d'observer l'excellent cliché de ce cadran figurant à la page 43 du livre « Cadrans Solaires du Queyras » réalisé par Pierre et Gaëlle Putelat (Editions du Queyras), cliché qui m'a servi pour l'analyse et que je ne reproduirais pas ici.

Intrigué par l'observation des tracés visibles sur ce cadran, j'ai calculé l'éventail horaire théorique dans plusieurs cas, en remarquant une faible inclinaison du mur :

1^{er} cas : le mur est supposé vertical ($z = 90^\circ$ et $D = -109^\circ$)

La figure 3 ci-après montre le résultat de ce calcul et conduit aux remarques suivantes :

- L'angle horaire de la sous-stylaire CW est 5 heures 5'
- L'équatoriale QT, perpendiculaire à la sous-stylaire, est légèrement plus inclinée que celle du cadran
- Les lignes horaires IX, X et XI du cadran sont différentes
- Le reste de l'éventail horaire est voisin de celui du cadran.
- Le point Q apparaît bien sur le cadran, en haut de la ligne verticale
- La ligne QW est visible sur le cadran et croise l'équatoriale sur la verticale passant par C
- Si un point Z existe, il devrait se situer sur l'horizontale aux environ de 8 Heures

Sur le cliché cité on voit très nettement le point Q à l'intersection de l'équatoriale et d'une verticale passant par C ainsi que trois cercles centrés sur C :

- un cercle intérieur circonscrit aux empennages des flèches des demi-heures. Ce cercle coupe une horizontale vers 8 H 10'
- un cercle extérieur marquant la base des pointes des flèches des heures
- un cercle médian qui pourrait être aussi un cercle « Z » car un autre point est marqué sur cette horizontale vers 8 H 30', ce qui ne doit pas être un hasard.
- Ce cadran possède plusieurs horizontales. Certaines sont utilisées pour aligner le texte et

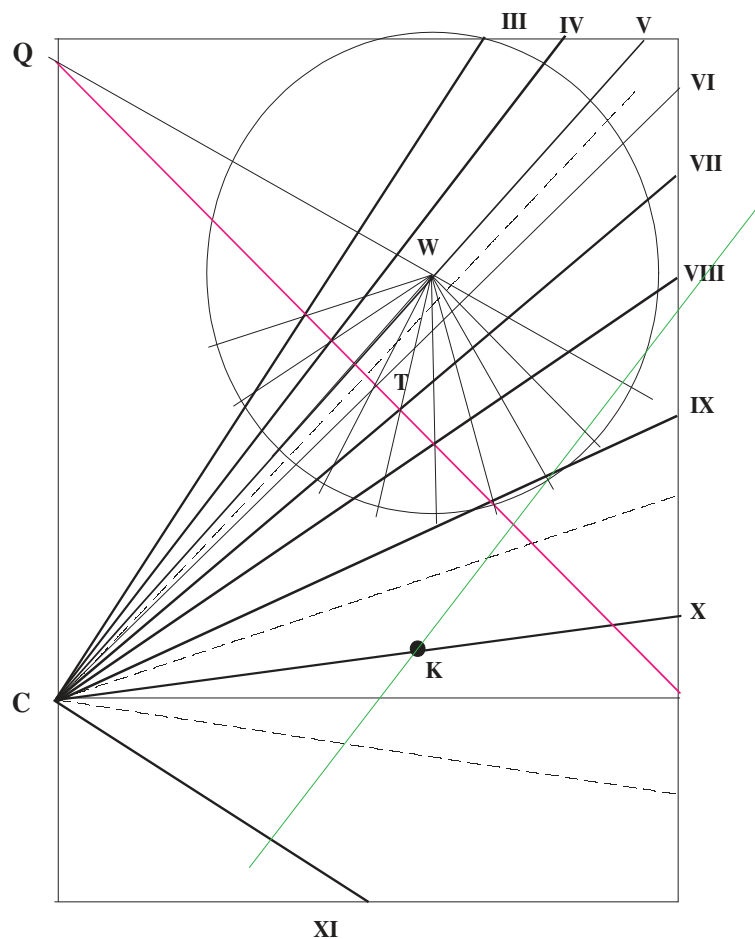


Figure 3- Calcul d'un cadran Nord-Est vertical ($z = 90^\circ$)

les décorations, mais il en subsiste qui n'ont pas d'explication directe et qui auraient pu servir d'horizon provisoire en vue de tracer les points Z.

- La sous-stylaire est repérée par les signes du cancer (vers le V) et celui du capricorne vers le centre du cadran.

2^{ème} cas : Le mur n'est pas vertical. Il est faiblement incliné avec $z = 87^\circ$ et $D = -105^\circ$

Je ne reproduirais pas la figure obtenue, mais les calculs montrent que pour cette déclinaison on a une très forte sensibilité de l'éventail horaire à l'inclinaison du plan :

- le point Q sort de l'épure et le point triple T remonte sur l'équatoriale
- La sous-styloire est à 5H 14'
- Les lignes IV à VIII sont très proches des précédentes
- Les lignes IX, X et XI « remontent » et se rapprochent de celles du cadran
- Le point Z glisse entre VIII et IX heures, le calcul donne 8H 18'

Ceci incite donc à chercher s'il existe des conditions pour lesquelles le calcul correspond au tracé du cadran.

3^{ème} cas : le mur est incliné avec $z = 81^\circ$ et $D = -105^\circ$

La figure 4 illustre les résultats du calcul et montre également la construction géométrique correspondante avec son cercle diviseur.

Le test des tangentes à X heures est illustré par la ligne verte qui est parallèle à la ligne de IV heures.

- Le point Q n'est plus dans l'épure
- L'heure de la sous-styloire est 5 Heures 40'
- Le point « Z » devrait se situer sur l'horizon, vers 8 heures 45'.

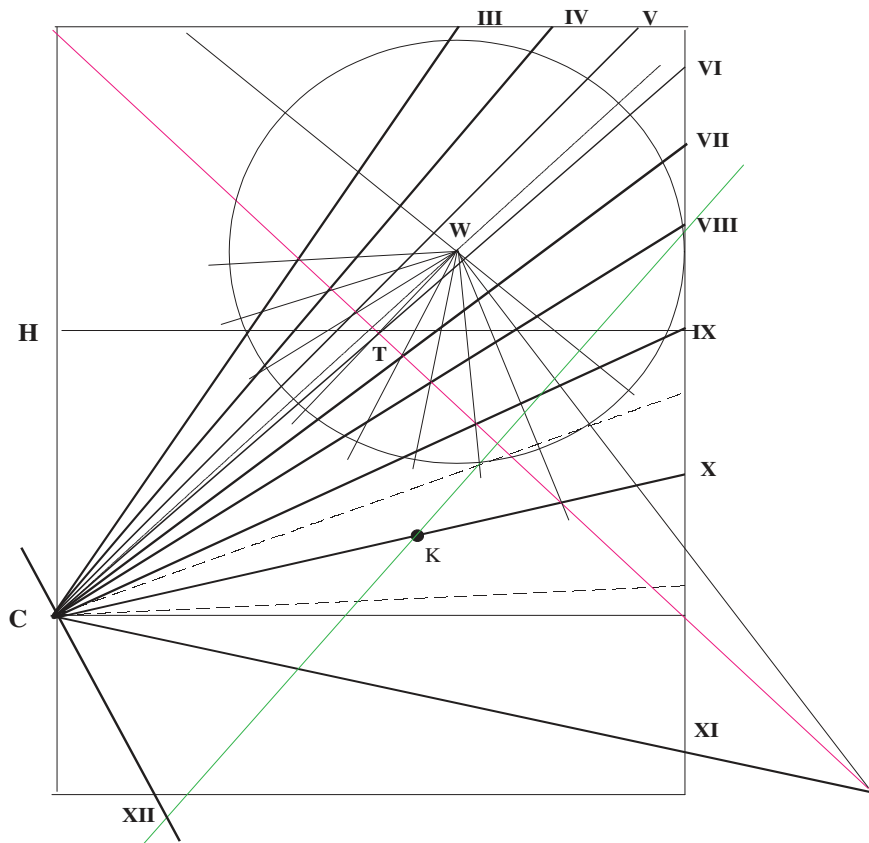


Figure 4 – Calcul du cadran Nord-Est incliné de 81°

MAIS

- L'éventail horaire correspond à celui du cadran, en particulier pour les lignes de X et XI heures
- La position du point Z est cohérente avec le deuxième point repéré sur le cadran
- La ligne de midi (XII) oblique apparaît.

Nota : Ici les murs ne semblent pas tout à fait perpendiculaires, mais ceci est peut-être dû à un effet de perspective des clichés. Ce point sera à contrôler ultérieurement.

1 -3- Le tracé du cadran Nord-Est

Voilà donc un cadran singulier dont l'éventail horaire du matin comporte deux parties :

- une partie supérieure, presque verticale, avec les lignes horaires de IV à IX heures qui correspondent à une inclinaison faible comprise entre 87° et 90° .

- une partie inférieure dont les lignes horaires de X à XI heures correspondent à une inclinaison de 81°

C'est alors que l'examen plus approfondi des clichés révèle que la table de ce cadran n'est pas plane et que son inclinaison varie en s'accroissant vers le bas. Cette inclinaison se voit bien sur la page 7 du livre « Cadrans Solaires des Hautes-Alpes » de Pierre Putelat.

Une chose devient donc claire : Le cadranier s'est aperçu que le mur possédait une inclinaison variable. En effet, il était aisé de voir que les lignes X et XI étaient très fautes sur le tracé vertical et que la ligne équatoriale devrait être un peu plus inclinée. (comparez les figures 3 et 4).

Ainsi, nous sommes en 1837 face à un mur légèrement incurvé dont la déclinaison et l'inclinaison varient. Comment faire un tracé correct pour un cadranier de l'époque sans refaire la table du cadran verticalement comme « tout le monde » ?

Il simplifie d'abord le travail en le décomposant en plusieurs plans déclinants, et dans le cas qui nous occupe, il en considère seulement deux : un vertical dans la partie haute et un incliné en bas. Or nous avons vu qu'il maîtrise la technique de tracé d'un cadran plan vertical au Sud-Est, mais, d'après Bedos de Celles (1760) celui d'un cadran incliné déclinant supérieur du Nord est « *plus composé et plus difficile que les autres* », et notre cadranier ne maîtrise sans doute pas cette méthode complexe. Il va donc trouver une astuce pour la contourner car nous ne trouvons sur place aucun tracé de cadran incliné.



Figure 5 : Les Meyriès –maison Thier– Le Cadran Nord-Est en 2007

Comme il dispose du cadran Sud-Est vertical, il possède là un moyen de connaître l'heure exacte, en particulier celles qui sont supérieures à VIII heures du matin, car, lorsque les deux cadrans sont éclairés, ils doivent naturellement indiquer la même heure. Il lui suffit donc de pointer les extrémités des lignes horaires concernées et de les joindre au centre du cadran Nord-Est.

Le lecteur pourra s'assurer que l'on obtient bien l'éventail horaire du cadran Nord-Est incliné avec cette méthode qui évite tout calcul. Mais il subsiste bien d'autres questions sur ces cadrans, notamment :

- Quel est ce mystérieux cadranier du Queyras qui a réalisé une vingtaine de cadrans solaires de la même facture dans cette région ?
- Est-ce bien celui qui a peint les fresques de la chapelle Sainte Marie-Magdeleine des Escoyères en 1813 ?
- Pour quelle raison fait-il apparaître les signes du zodiaque en positions inverses des habitudes ?
- Connaisait-il Zarbula ? Etait-il son maître ?

Nous allons apporter quelques éléments supplémentaires dans cette quête.

1 - 4 - Les inscriptions

Sur le cadran Sud-Est, nous avons déjà noté la devise latine « Soli Deo, Honor, et Gloria ». On peut ajouter que ce cadran est daté 1837 autour d'une étoile rayonnante à 24 branches et de l'inscription rituelle « IHS » avec les trois clous stylisés. Ce cadran comporte en outre « W.F.T » en l'honneur de François Thier, commanditaire.

Sur le cadran Nord-Est, on trouve deux devises.

La première est en latin : « QUI BENE VIVIT, BENE MORITUR » (traduction : Qui vit bien, mourra bien)

La deuxième est la version française de la devise du cadran Sud-Est : « A DIEU SEUL, HONNEUR, ET GLOIRE »

L'inscription « W.F.THIER » et la date de 1837 sont explicites, ainsi que l'étoile entourant « IHS » au dessus des trois clous.

J'ai déjà fait remarquer que tous les graphismes sont identiques à ceux de la chapelle des Escoyères, en particulier ceux des lettres « A » avec une barre en forme de v, donc il s'agit très probablement du même auteur.

Mais qui donc a peint les fresques de cette chapelle isolée ?

1 - 5- Les signes du zodiaque

1 -5-1 les observations :

Sur les cadrans subsistants de cet inconnu, on peut remarquer que, sur huit d'entre eux¹, les lignes équatoriales et les sous-stylaires comportent des signes du zodiaque. C'est le cas des deux cadrans complémentaires des Meyriès. Or nous remarquons également que l'emplacement de ces signes est particulier à cet auteur car ils est inverse de la règle habituelle :

Sur le cadran Sud-Est la sous-stylaire est marquée à sa base par le signe du Capricorne, tandis que sur l'équatoriale, le signe de la Balance est à l'Ouest et celui du Bélier à l'Est.

Sur le cadran Nord-Est, c'est l'inverse : Le signe du Cancer est à l'extrémité Nord de la sous-stylaire et celui du Capricorne près du centre du cadran. En conséquence les signes de la Balance et du Bélier sont inversés sur l'équatoriale.

Sur les six autres cadrans du même auteur, les sous-stylaires australes sont marquées par le signe du Capricorne et la boréale (à la Chalp) par le signe du Cancer.

1 -5-2 Interprétation :

L'influence de l'astrologie est encore assez forte à cette époque , ce qui explique peut-être la tendance à représenter les signes du zodiaque et non pas les courbes de dates. Néanmoins, comme le dit René Rohr « *cette division n'est d'aucune utilité pratique si ce n'est pour les hebdomadaires...* ».

Ce cadranier ne tient pas compte non plus de la longueur du style pour tracer les cadrans : en conséquence la ligne transversale est l'équatoriale et non l'équinoxiale.

On sait depuis longtemps que dans le système géocentrique la trajectoire du Soleil dans les constellations se fait dans le sens direct, c'est à dire dans l'ordre suivant en partant de l'équinoxe de printemps: Bélier, Taureau, Gémeaux, Cancer, Lion, Vierge, Balance, Scorpion, Sagittaire, Capricorne, Verseau et Poissons.

¹ Les Meyriès -maison Thier-1837, Les Meyriès 1839, Château-Queyras-place 1828 ,La Chalp de St Véran, Fontgillarde, Briançon et St Véran

Nota : le cadran du château de Château-Queyras n'est donc probablement pas de cet auteur car les signes du zodiaque sont inversés. Sinon, se serait-il trompé ?

Pour ses constructions, on peut donc supposer que notre cadranier avait des connaissances astronomiques, ce qui entraîne que sur un cadran solaire ayant sa sous-stylaire située au Nord de l'écliptique sur la sphère céleste, ces signes sont parcourus par l'ombre en tournant dans le sens horaire et, dans ce cas, le sommet de la sous-stylaire est marqué du signe du Cancer. Par contre, si la sous-stylaire est orientée vers le Sud de l'écliptique, le parcours est inversé et cette l'extrémité de cette ligne est ornée du signe du Capricorne.

Toujours avec le même raisonnement, lorsque l'on suit la progression ci-dessus dans le sens direct en partant du Cancer, c'est-à-dire pour une sous-stylaire située au Nord de l'écliptique, on voit que l'équatoriale correspondante doit porter les signes de la Balance puis du Bélier, tandis que dans l'autre cas ces signes sont inversés.

On peut noter que cette façon de faire est unique car ces signes sont habituellement inversés sur les cadrans solaires. (C'est le cas de Zarbula qui n'a réalisé que deux cadrans avec le signe de la Balance, à Cervières et au Clôt du Riou).

Le cadranier inconnu du Queyras était-il aussi astronome ?

1 - 6 – Le maître de Zarbula

L'inconnu du Queyras était-il le maître de Zarbula ? Il y a des similitudes de tracés géométriques entre les deux cadraniers : Sous-stylaires, équatoriales et cercles diviseurs, horizontales, point triple, cercles et points « Z ».

Mais il y a aussi des différences notables:

- Zarbula faisait des tracés très précis contrairement à notre inconnu (notamment au Rouet où les tracés sont hasardeux et à La Chalp de Saint Véran où ils sont parfois triplés)
- Zarbula n'a jamais tracé de cadrans très déclivants au delà de l'Orient
- Zarbula n'a jamais réalisé de cadrans déclivants et inclinés
- Aucune devise de Zarbula n'est semblable et son graphisme est différent
- Zarbula ne se souciait pas de la course du Soleil sur l'écliptique
- Aucun des cadrans de Zarbula ne comporte l'inscription « JHS » dans un soleil.

L'influence du premier n'a donc pas été déterminante, mais il reste possible que les deux hommes se soient connus et qu'ils aient eu le même maître. Mais qui était donc ce maître ?

1 - 7 – La signature des cadrans:

Le cadranier inconnu signait-il ses cadrans ?

A première vue la réponse est négative. Cependant... son graphisme des lettres « A » est assez caractéristique : les barres horizontales sont très souvent des « v » (mais cela se retrouve aussi sur des inscriptions très antérieures) . Or, a-t-on



Figure 6 : La « signature » du cadran de Fontgillarde (ancien tabac)

remarqué que le cadran de Fontgillarde de 1839 comporte une signature au centre de la décoration inférieure ? C'est précisément un « A » de ce type comme le montre le cliché de la figure 6.

Il ne semble pas que cette signature se retrouve telle quelle sur d'autres réalisations, mais si on la retrouvait ailleurs on pourrait donner des initiales à cet inconnu : peut-être « C.A » que l'on devine aussi, bien cachées dans le décor d'autres cadrans. A suivre....

Le cadran du gîte

Au dessus d'une fenêtre du gîte « Les Astragales », on peut voir un cadran vertical de l'après-midi daté de 1839. (voir cliché de la figure 8). Malheureusement, ce cadran a été partiellement détruit lors de la réalisation de la fenêtre, mais les vestiges subsistants permettent de l'étudier.

2 – 1 : la devise



Figure 8 : Les vestiges du cadran du gîte

On lit très bien le début de la devise : **EN REGARDANT L'HEURE QU'IL EST.** Que nos amis du recueil «Paroles de Soleil» ont naturellement complété par : **SONGE A LA MORT ET TIENS TOI prêt.** Car cette phrase se retrouve aussi sur plusieurs cadrans, notamment celui de l'église de Château-Queyras réalisé en 1841, soit deux ans après, avec le mot «PENSE» à la place de «SONGE», comme au Coin d'Arvieux². Le cadran de l'église de Château-Queyras a été restauré en 1938 par Alberto Dermator et, compte tenu de

certains éléments du graphisme, on peut penser que le motif d'origine sous-jacent provenait aussi de ce cadranier inconnu. Cette remarque permet donc de reconstituer la devise complète avec une très bonne probabilité.

La figure 9 montre un cliché de la partie subsistante de ce cadran assez abîmé et surmonté d'une plaque aux initiales «Cie Rle», tandis que la figure 10 donne son tracé recalculé. Ce tracé a été établi pour une déclinaison gnomonique de +17°, ce qui donne une sous-styleire à 13H34 cohérente avec les observations.



▲ Fig 9

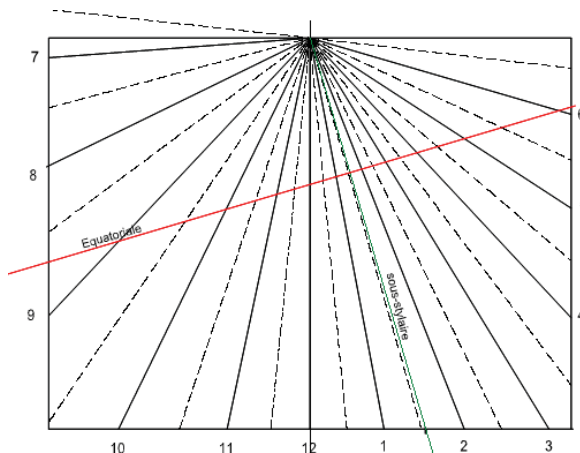


Fig 10 ►

² Egalement au Poët (Maison Gérard à la Vallouise - 1877) et à la Bessée (Zarbula sans date)

Grâce à l’informatique et aux divers éléments obtenus lors de cette analyse (calcul, devises similaires, graphismes, cadrans du même auteur, etc...) nous avons pu réaliser par simulation une reconstitution de ce cadran. Ainsi, avant de terminer cette première partie de notre quête, nos lecteurs seront parmi les premiers à pouvoir le découvrir tel qu’il devait être peint sur le mur avant sa destruction partielle due au percement de cette fenêtre (voir figure 11)

Cette étude se poursuit actuellement, notamment à la Chalp de Saint Véran où se trouvent cinq cadrans du même auteur.

Il faudra donc attendre un peu pour la suite...



◀ Fig11 : Une reconstitution simulée du cadran du Gîte des Meyriès

ANNEXE

- Tableau I : Cadrans réalisés par «C.A»
- Tableau II: Trois autres cadrans attribuables à «C.A»

Commune	date	Lieu	signes	déclinaison
Abriès	1821	Eglise		0°
Château Ville-Vieille	18 ?	Le Rouet		-24°
Château Ville-Vieille	18 ?	Le Rouet		-24°
Château-Queyras	1828	Place	G A	
Château-Queyras	1841	Eglise ³		
Château Ville-Vieille	1837	Les Meyriès	A G	- 105°
Château Ville-Vieille	1837	Les Meyriès	G A	- 10°
Château Ville-Vieille	1839	Les Meyriès	G A	
Château Ville-Vieille	1821	église		0°
Fontgillarde	1839	Ancien tabac	G A	
Fontgillarde	18 ?	Eglise		
Fontgillarde	18 ?	Eglise		
St Véran	1835	Gîte	G A	32°
St Véran	1836	La Chalp		-4°
St Véran	18 ?	La Chalp	G A	86°

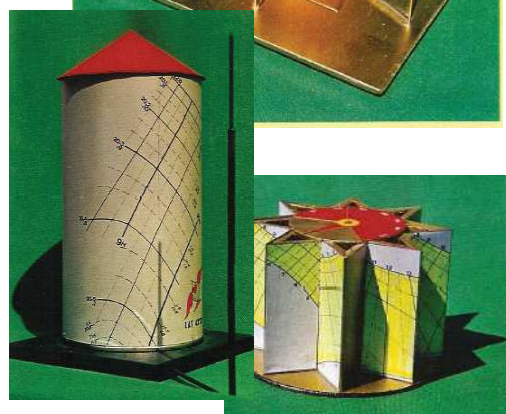
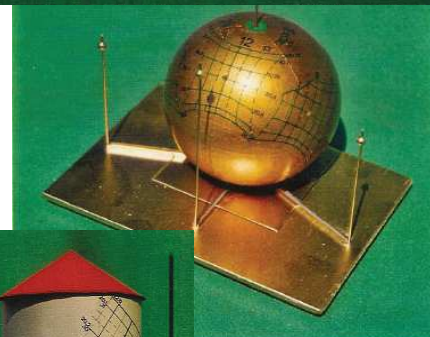
³ Nous avons vu que ce cadran avait été restauré en 1939, mais qu’il comporte des éléments graphiques identiques. En outre, la devise se retrouve au sein de son inscription.

St Véran	1836	La Chalp		0°
St Véran	1836	La Chalp	A G	90°
St Véran	18 ?	La Chalp		

Lieu	date	Lieu	signes	declinaison
Aiguilles	1838	place		
Briançon ⁴	1823	Place d'Armes	G A	
Château-Queyras	18 ?	château		



Les cadrans de A. Marchal...



Le CD regroupant les calculs, descriptions, schémas et photos de ces cadrans est disponible. Contacter Ph. Sauvageot

⁴ Bien qu'ayant été restauré, ce cadran de la place d'arme de Briançon est très voisin de celui de l'église de Château Ville-Vieille (graphismes et devises)



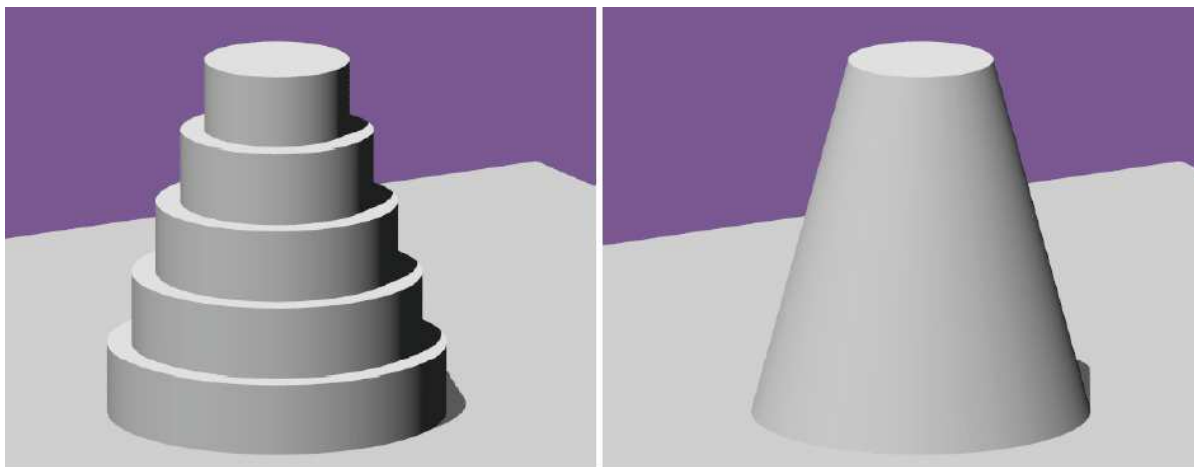
Cadran à chapeau à tronc conique

Par Alexandre Vial

Dans un premier article (Cadran info n° 20), A. Vial a présenté l'étude d'un cadran à chapeau dans le cas où le chapeau circulaire recouvre un cylindre. Dans le présent article " Théorie du cadran à chapeau: cas du tronc conique" il montre comment il est possible d'utiliser un tronc conique comme "table".

1 - Limite ombre-lumière

Contrairement au cas du cylindre, les deux limites ombre-lumière pour un cône ne sont pas dans le plan vertical passant par l'axe du cône et dont la normale est donnée par l'azimut du Soleil. Ce qui veut dire que le cône n'est pas assimilable à une superposition de cylindres. Pour s'en convaincre, il suffit de regarder les figures 1(a) et 1(b), calculées pour la même position du Soleil. Alors que sur la première, on voit nettement la limite, sur la seconde, elle n'est pas visible.



(a) Superposition de cylindres.

(b) Cône.

FIG 1 – Limite ombre-lumière.

Sur la figure 2, on voit nettement que les limites ombre-lumière ne sont pas dans un plan passant par l'axe du cône. Comment calcule-t-on la position de cette limite sur un cône ?

Soit \vec{n} le vecteur normal au cône, et \vec{s} le vecteur donnant la position du Soleil, on trouve la limite ombre-lumière lorsque $\vec{n} \cdot \vec{s} = 0$. En notant A l'azimut du Soleil mesuré depuis le Sud, h la hauteur du Soleil, θ l'angle polaire d'un point sur le cône (également mesuré depuis le Sud), et α le demi-angle d'ouverture au sommet du cône, on a

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \theta \\ \cos \alpha \sin \theta \\ \sin \alpha \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} \cos A \cos h \\ \cos A \sin h \\ \sin h \end{pmatrix}, \quad (2)$$

par conséquent le calcul de $\vec{n} \cdot \vec{s} = 0$ conduit à

$$\cos(\theta - A) = -\tan \alpha \tan h, \quad (3)$$

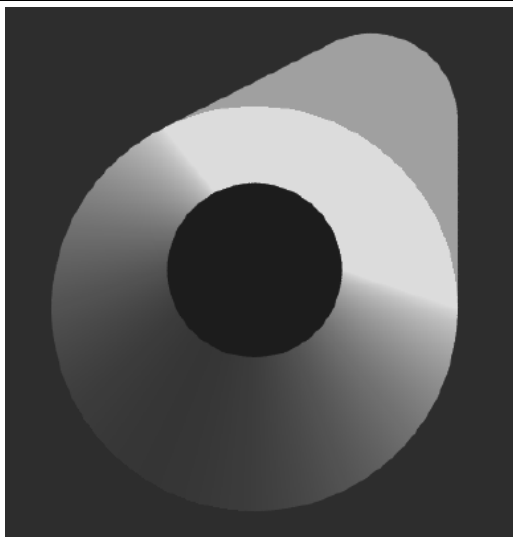
et donc

$$\theta = A \pm \arccos(-\tan \alpha \tan h) = A \pm \Delta\theta, \quad (4)$$

avec

$$\Delta\theta = \arccos(-\tan \alpha \tan h) \quad (5)$$

(voir la figure 3).



▲ FIG 2 – Limite ombre-lumière pour un cône

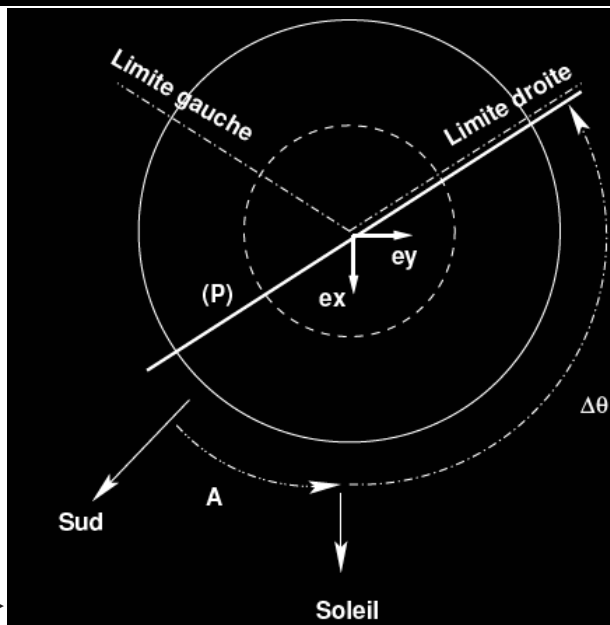


FIG 3 – Représentation de quelques angles ►

Il y a donc une limite ombre-lumière seulement si $\tan \alpha \tan h < 1$, c'est-à-dire si $\alpha < \pi/2 - h$. Pour avoir une limite tout au long de l'année, on doit donc avoir $\alpha < \pi/2 - h_{Max}$, avec $h_{Max} = \pi/2 - \phi + \epsilon$, ϕ la latitude du lieu et ϵ l'obliquité de l'axe de rotation de la Terre (pour une déclinaison δ du Soleil, sa hauteur maximale vaut $\pi/2 - \phi + \delta$). La condition sur l'existence de la limite s'exprime donc comme

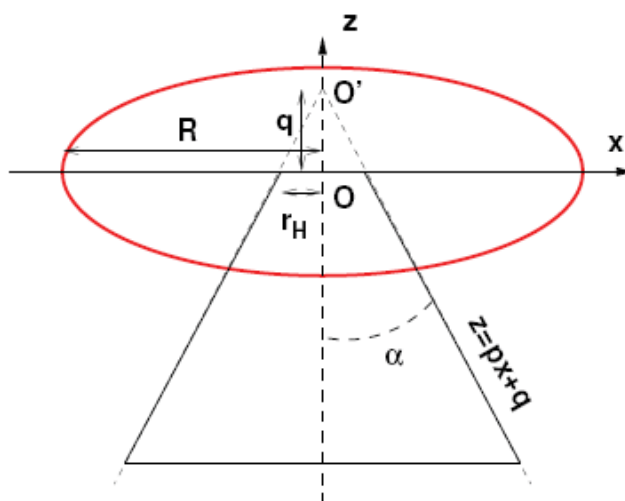
$$\alpha < \phi - \epsilon. \quad (6)$$

L'équation (5) exprime le fait qu'en fonction de la hauteur du Soleil, $\Delta\theta$ va varier, et donc contrairement au cas du tronc cylindrique (pour lequel $\Delta\theta = \pi/2$), la ligne du midi vrai ne sera pas une ligne verticale, mais une ligne courbe.

1 – Lignes horaires

2.1 Calcul des lignes

Le cadran est schématisé sur la figure 4. Le calcul des lignes horaires se fait en cherchant l'intersection de l'ombre du chapeau (disque de rayon R) avec une des deux lignes délimitant les zones claires et sombres. Pour cela, on prend un point quelconque A du bord du chapeau, de coordonnées $(x_A; y_A; 0)$. On calcule sa projection parallèlement au vecteur s dans le plan (P) passant par l'axe du cylindre et la limite de droite par exemple (lorsque l'on a le Soleil dans le dos en regardant le cylindre). Fig 4 ►



Pour se simplifier la vie, on se place dans un référentiel tel que s n'a qu'une composante horizontale non-nulle (figure 3). Ainsi

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} \cos h \\ 0 \\ \sin h \end{pmatrix}, \tag{7}$$

et le plan (P) est défini par son vecteur normal

$$\vec{n}_P = \begin{pmatrix} \sin \Delta\theta \\ -\cos \Delta\theta \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{8}$$

On trouve alors que le projeté A' de A dans le plan (P) a pour coordonnées

$$\begin{cases} x_{A'} = \frac{1}{\tan \Delta\theta} y_A, \\ y_{A'} = y_A, \\ z_{A'} = -x_A \tan h + \frac{\tan h}{\tan \Delta\theta} y_A. \end{cases} \tag{9}$$

De plus, A' étant sur la droite limite sur le cône, ses coordonnées doivent vérifier l'équation supplémentaire

$$z_{A'} = p(x_{A'}^2 + y_{A'}^2)^{1/2} + q = \frac{p}{\sin \Delta\theta} y_A + q, \tag{10}$$

avec $p = \frac{1}{\tan \alpha}$ et $q = -r_{HP}$, r_H étant le rayon supérieur du cône (voir figure 4).

En combinant la dernière ligne de (9) avec (10), on obtient l'équation suivante à résoudre :

$$-x_A \tan h + y_A \left(\frac{\tan h}{\tan \Delta\theta} - \frac{p}{\sin \Delta\theta} \right) - q = 0. \tag{11}$$

On pose alors $x_A = R \cos \theta$, $y_A = R \sin \theta$, puis $t = \tan \frac{\theta}{2}$, $\sin \theta = \frac{2t}{1+t^2}$, $\cos \theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, et le problème se ramène au calcul des racines d'une équation du second degré :

$$t^2 (R \tan h - q) + 2tR \left(\frac{\tan h}{\tan \Delta\theta} - \frac{p}{\sin \Delta\theta} \right) - q - R \tan h = 0. \tag{12}$$

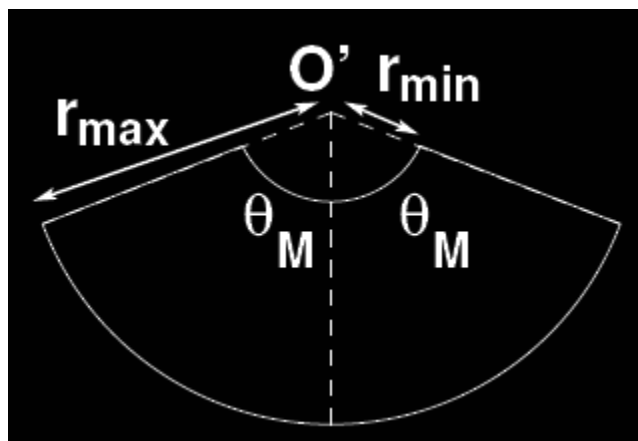
En écrivant de manière plus compacte (12) sous la forme $at^2 + 2bt + c = 0$, la solution qui nous intéresse est $t = \frac{-b + \sqrt{\Delta'}}{a}$ avec $\Delta' = b^2 - ac$. On peut alors remonter à θ , puis à x_A et y_A , puis aux coordonnées de A' .

2.2 Tracé des lignes

Pour tracer les lignes horaires, on va « dérouler le cône » (figure 5) et travailler en coordonnées polaires (r, θ) . On calcule tout d'abord la longueur de l'ombre depuis le point fictif O' :

$$r = \sqrt{x_{A'}^2 + y_{A'}^2 + (z_{A'} - q)^2}. \tag{13}$$

FIG 5 – Cône déroulé pour le tracé des lignes horaires ►



Pour l'angle, on effectue une mise à l'échelle et un décalage : en effet la longueur du cercle supérieur vaut:

$2\pi r_H$, mais vaut également $r_H \sqrt{1+p^2} \cdot 2\theta_{Max}$ (depuis O' , le rayon du cercle est $r_{min} = \sqrt{r_H^2 + q^2} = r_H \sqrt{1+p^2}$), de plus $\Delta\theta$ est toujours supérieur ou égal à $\pi/2$, on peut donc retrancher cette valeur afin de centrer le dessin autour de 0, d'où finalement

$$\theta = \frac{-A + \Delta\theta - \pi/2}{\sqrt{1+p^2}} \quad (14)$$

(on a rajouté un signe $-$ à l'azimut à cause de la convention de signe pour ce dernier, qui comme les angles horaires, est compté positif dans le sens anti-trigonométrique). On calcule r_{max} à partir de la longueur r de l'ombre le jour du solstice d'été à midi vrai.

On peut à présent tracer les lignes horaires. Un exemple est présenté sur la figure 6 pour $\phi = 48,3^\circ$, avec $R = 1$, $r_H = 0,5$ et $\alpha = 15^\circ$ (les heures de l'après-midi sont dans la partie « basse » du dessin).

Le résultat final est visible sur la figure 7.

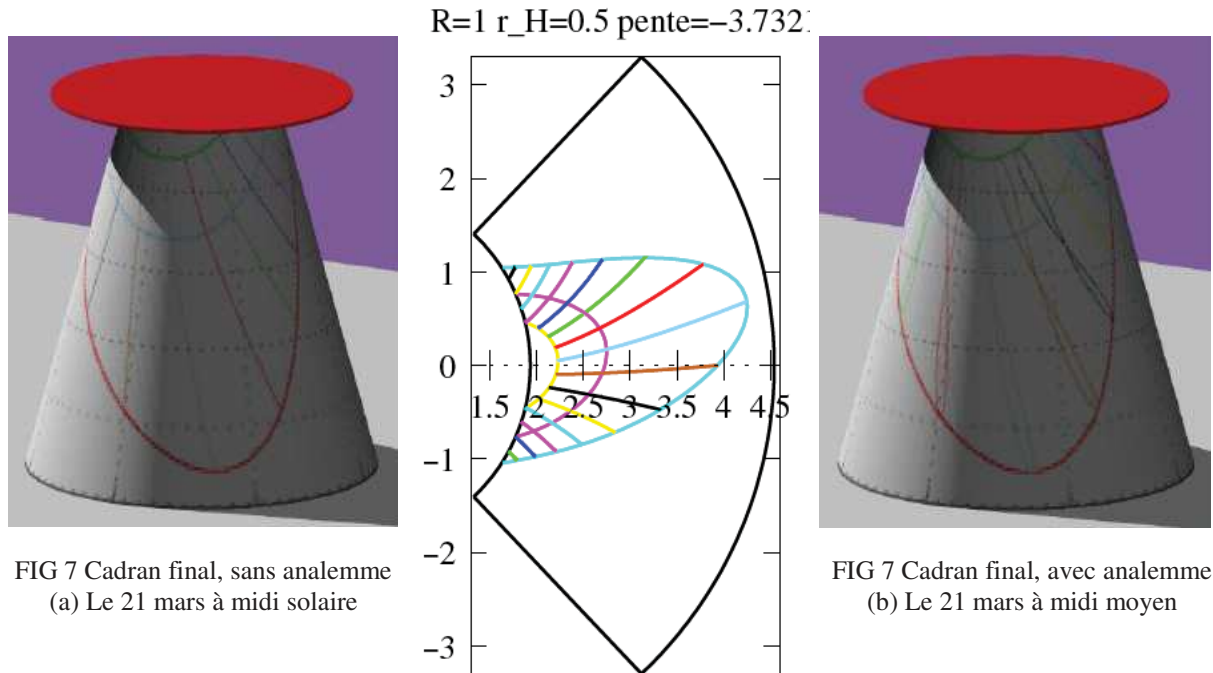


FIG 6 – Exemple de tracé de lignes horaires pour une latitude de $48,3^\circ$

A.Vial 11/072010

Un cadran sphérique...

... multi-styles, ré-implanté sur une place en Belgique, mal orienté, latitude de construction 47° .
Information de Eric Daled





INFORMATIONS DIVERSES



° Les dernières réalisations:

- **Didier BENOIT:**

• **Cadran vertical plan déclinant à style droit et style polaire.**

* Famille:

Cadran vertical plan à style droit (axe du diabololo) et style polaire.

* Coordonnées géographiques:

Lieu	Nissan Lez Ensérune.
Latitude	43.2883° Nord.
Longitude	- 3.1286° (- 0 h 12 mn 31 sec)
Déclinaison	41.45°
Inclinaison	90°
Angle horaire à la sous stylaire	215.1°
Angle style polaire / cadran	-33° 3.9'
Angle tabulaire de la sous stylaire	52.18°
Longueur Sous-styilaire	384 mm
Longueur Style droit	250 mm
Longueur Style polaire	458.21 mm
Fuseau horaire	Greenwich + 1 heure.
Ecart de longitude	- 47 minutes 29 seconde.

* Devise occitane:

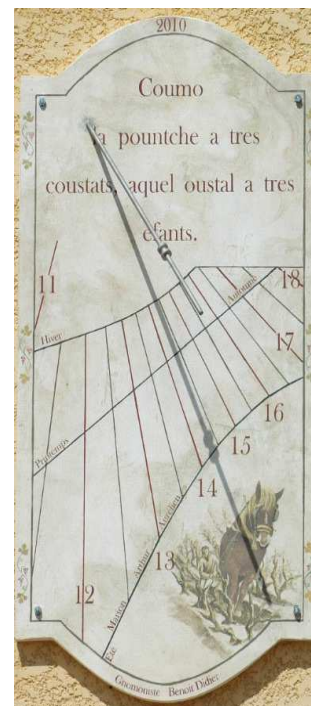
Le nom de lieu du terrain qui porte la maison (ancien cadastre) est « la Pountche » que l'on traduit en français par la pointe. Les propriétaires du lieu ont trois enfants, des triplés, dont la date anniversaire est portait avec leur nom respectif sur l'hyperbole du 20 juin. La devise imaginée par le papa du propriétaire, s'amuse de la relation du chiffre trois dans les deux cas.

« Coumo la pountche a tres coustats, aquel oustal a tres éfants » Traduction : Comme la pointe a trois côtés, cette maison a trois enfants.

* Techniques et dessin:

Cadran solaire réalisé sur plaque faite en atelier d'un enduit armé de chaux, ciment blanc et de marbre blanc. Décors et tracés selon la technique B des peintures minérales allemande « Keim ».

La facture du style polaire est en inox massif, de même que celle du style droit représentée par le diabololo obtenu par usinage mécanique.



• **Cadran vertical plan déclinant à style droit et style polaire.**

* Famille:

Cadran vertical plan à style droit (axe de la boule) et style polaire. Ancienne courbe en huit de temps moyen à la "Pressarié".

* Devise occitane: Ajas pas prèssa, tard o d'ora, vendrà l'ora.

Traduction: Hâte-toi lentement, prochainement ou plus tard l'heure convenable viendra.

Le nom du lieu "Pressarié" écrit en occitan sur le cadran solaire est à l'origine de cette devise.

Pressarié, de l'occitan "pressariá" est à mettre en relation avec presser, pressé au sens de se hâter. Ainsi l'origine de se nom de lieu pourrait venir d'un endroit où les habitants avaient la réputation de se hâter sans cesse. Certes à l'époque on ne prenait pas le train, mais le problème était celui des travaux des agricoles qu'il faut réaliser ni trop tôt ni trop tard. Ces gens avaient toujours peur de manquer le moment favorable.

Ce nom de lieu est peut être un sobriquet (en occitan "escas"). Travail réalisé avec Jacques Castagné historien et étymologiste.

• Techniques et dessin:

Cadran solaire réalisé sur enduit de chaux, ciment blanc et de marbre blanc de carrare. Décors et tracés selon la technique B des peintures minérales allemande « Keim ». Réalisation des motifs au pochoir (*c'est une première dans l'art de ma facture*)

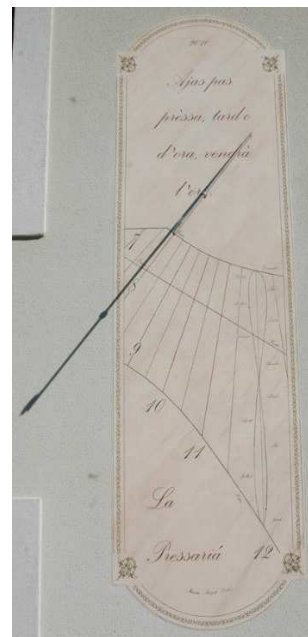
La facture du style polaire est en inox massif, de même que celle du style droit représentée par la boule obtenue par usinage mécanique. L'extrémité du style porte une laie avec son marassin tracé et découpé dans une feuille d'inox (petit clin-d'oeil de sympathie pour le propriétaire, qui est un passionné de chasse aux sangliers).

Sur le tracé et la courbe en huit sont portées les saisons et les mois écrits en occitan excepté les mois de: Novembre, Genier, Febrier et Març qui sont remplacé respectivement par les prénoms des habitants de la maison pour marquer leur date d'anniversaire, à savoir: Théo, Carole, Michel, Arnaud.

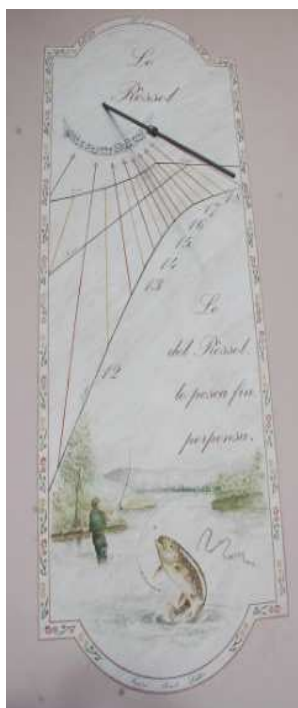
NB: En occitan le mot gnomoniste n'existe pas. Sur le cadran il est remplacé par le mot "Fac huraqui veut dire: facture, invention ...etc, suivit de mon nom.

* Coordonnées géographiques.

Lieu:	La Pressarié-Prouilhès; Courniou les grottes (Hérault).
Latitude	43.474° Nord.
Longitude	- 2.712° (-0 h 10 mm 51 s)
Déclinaison	-32.899°
Inclinaison	90°
Angle horaire à la sous stylaire	43.2356° (9 h 7 mm 3 s)
Angle style polaire / cadran	37.54°
Angle tabulaire de la sous stylaire	29.81°
Longueur Sous-stylaire	520.55 mm
Longueur Style droit	400 mm
Longueur Style polaire	654.48 mm
Fuseau horaire	Greenwich + 1 heure.
Ecart de longitude	- 49 minutes 9 secondes.
Dimension de la table	Larg: 90 cm Long: 280 cm



• Cadran vertical plan déclinant Sud/Ouest



Lieu	« Lo Ròssol » 81400 Carmaux
Latitude	44° 03' Nord
Longitude	-2° 9' soit - 0h 8 min 36 s
Fuseau horaire	Greenwich + 1 heure
Ecart de longitude	- 51 min 24s
Année de référence	2011
Déclinaison gnomonique du mur	45.38°
Inclinaison de la table	90°
Style polaire	297.12 mm
Sous-stylaire	256.48 mm
Style droit	150.00 mm
Angle style polaire / plan du cadran	-30.32°
Angle horaire à la sous stylaire	55.55° soit 15h 42min 12s
Angle tabulaire de la sous stylaire	216.34°

Devise occitane : Lo del Ròssol, lo pesca fin, perpensa. Devise en l'honneur du propriétaire des lieux homme de culture et de réflexion, à l'image de sa passion, la pêche, dont il était maitre dans l'art..

NB: - Lo Ròssol, en occitan défini un terrain humide, dans lequel l'eau suinte légèrement

* Techniques et dessin :

Cadran solaire réalisé sur une empreinte de chaux et marbre blanc de

Carrare, peint avec des peintures minérales de techniques B du fabricant Allemand « Keim ».

Le thème de la pêche et de la truite (de Schubert) décorant ce cadran rappellent par le phrasé musical situé sous le style, la passion de la propriétaire pour la musique classique.

– **Michel BRIALIX:**
• **Un héliochronomètre**



<<Pour garantir une bonne précision dans la lecture horaire : il faut assurer une construction la plus précise possible avec du matériel de bricoleur.

Monté sur 2 plateaux articulés et bien plan. Le premier de ces plateaux représente la base horizontale, le deuxième le plan parallèle au plan de l'équateur terrestre (le réglage est assuré au millimètre près et maintenu en position par une bride).

Sur ce deuxième plateau est positionné le cadran horaire et l'axe de rotation du cadre mobile (alidade). Cet axe de rotation doit être rigoureusement parallèle à l'axe de rotation de la Terre, donc perpendiculaire au plateau qui le porte. Toujours sur ce plateau, il faut tracer la ligne méridienne perpendiculaire à l'axe de la charnière des plateaux.

Ce support étant réalisé, il faut construire l'alidade. C'est un cadre en contreplaqué le plus rigide possible (équerres aux angles), j'ai ajouté une base d'appui importante autour de l'axe de rotation pour assurer une bonne perpendicularité de l'alidade durant

toute la journée. Le tracé de la ligne des équinoxes par rapport au plan équatorial est à la même hauteur que l'axe du trou de 2,5 mm. Le huit de l'équation du temps a été tracé sur une portion de cylindre de rayon 340mm et vérifié en qualité géométrique avec une ficelle passée dans le trou de 2,5. Le tracé précis de l'équation du temps a été obtenu avec les éphémérides de la SAF et un tableau de calcul réalisé sous Excel.

Pour le réglage de ce cadran solaire, avant de le mettre en station comme une monture équatoriale (suivant la latitude et son orientation vers le Nord géographique), il faut régler le cadran de lecture horaire :

Suivant l'heure d'été ou l'heure d'hiver et le degré de longitude Est ou Ouest converti en heure, minutes et secondes par rapport à la méridienne du plateau.

La précision horaire obtenue tout au long de la journée du 10 Juin fut de + ou – 30 secondes environ (à confirmer par d'autres relevés)>>>.

– **Alfred GADECEAU & Claude CISTAC:**
• **Canon solaire**

<< Nous avons souhaité rappeler l'époque à laquelle à midi, on tirait le canon pour mettre sa montre à l'heure.

A l'image du célèbre canon du Palais-Royal de Paris, nous avons construit ce petit obusier complété par un équipement, le tout transportable sur le site du cadran solaire équatorial du Croisic (dont nous sommes également les réalisateurs: voir plus loin), pendant la période estivale et autre à la demande.

Cet équipement comprend une lentille concave orientable (azimut et hauteur) dont la focale au passage du soleil, brûle un ruban relié à un micro-contact. Sa fermeture alimente depuis un petit accumulateur la chaîne d'allumage de l'explosif placé dans le fût du canon.

Si le soleil nous fait défaut, c'est l'horloge radio-pilotée qui déclenche l'opération.

Pour prolonger le plaisir de cet instant, Claude Cistac a ajouté une cloche de marine qui sonne les douze coups de midi en automatique, à la suite de la détonation.

Il faut préciser que ces rendez-vous ont lieu à midi de la montre; C'est la raison pour laquelle le canon est baptisé « solaire » et non méridien car sinon en été il faudrait attendre 14h10.

Page suivante le détail de l'équipement accompagnant le canon.





Le cadran solaire équatorial situé sur le Mont Lénigo au bout du port où nous réalisons la présentation de notre cadran a un diamètre de 1,20m. Réalisé par la fonderie Havard de Carquefou près de Nantes, il est en métal proche du bronze pour supporter l'air marin. Les usinages importants sont l'œuvre des élèves du lycée technique Brossand de Saint-Nazaire. Le style de diamètre 5 millimètres est en fibre de carbone-résine époxy. Il est équipé en partie haute d'une étoile (représentation de l'étoile polaire) et en partie base d'une boule en laiton (notre terre). La demi-couronne équatoriale mobile porte les heures de la journée ainsi que des petites barrettes rivetées placées toutes les dix minutes.

C'est la ville du Croisic qui a fait le choix de l'emplacement et a fait exécuter par ses services techniques le soubassement en granite du Morbihan.



Le cadran est complété par une plaque explicative avec l'indication des corrections à apporter.

LE CADRAN SOLAIRE DU CROISIC

Définition

Ce cadran solaire est du type équatorial (par contraste avec les cadrans déclinants fixés sur les façades).
Son originalité réside dans le fait que le plan de la table de lecture est parallèle à celui de l'équateur.
C'est le raison pour laquelle vous le trouvez incliné de la valeur de la latitude de notre site
soit: 47°18'.

Description

L'appareil est orienté Nord vrai. En conséquence son style se confond avec le méridien du lieu, lequel se trouve à 2°31' dans l'ouest du méridien zéro (méridien T.U.). La petite étoile image la polaire qui se situe à l'infini dans le prolongement du fil.
L'ombre du style, qui vous indique l'heure solaire sur l'échelle graduée, se déplace à la vitesse angulaire de la Terre à raison de 360°/24h = 15°/h.
Compte tenu de la géométrie de l'instrument, la course ainsi obtenue est de 12,5 cm/h.
La graduation de l'échelle du temps présente un pas de 10 minutes.

Corrections

Pour obtenir l'heure légale, c'est-à-dire celle qu'indique votre montre, il faut apporter à la lecture de l'heure solaire 3 corrections
A savoir:

- 1-Correction de la longitude : La longitude du Croisic se trouve à 10 minutes de Temps du méridien zéro. Nous avons inclus cette correction à demeure à la conception de l'appareil (barrette rouge).
- 2-Correction due aux changements d'heure saisonniers : Elle est de + 2 heures l'été et -1 heure l'hiver. Elle consiste à déplacer d'une heure la couronne horaire les jours de changement d'heure saisonniers, opérations réalisées par nos soins.
- 3-Correction journalière : Elle est due aux irrégularités de la rotation de la terre dans son parcours sur l'écliptique. Si en cours des astronomes, elle est appelée "EQUATION DU TEMPS".
C'est à vous ami visiteur, d'apporter cette correction que vous trouvez sur le tableau joint à l'appareil.
Vous l'ajouterez (ou la retrancherez) de votre lecture du cadran au jour de votre passage.

Construction

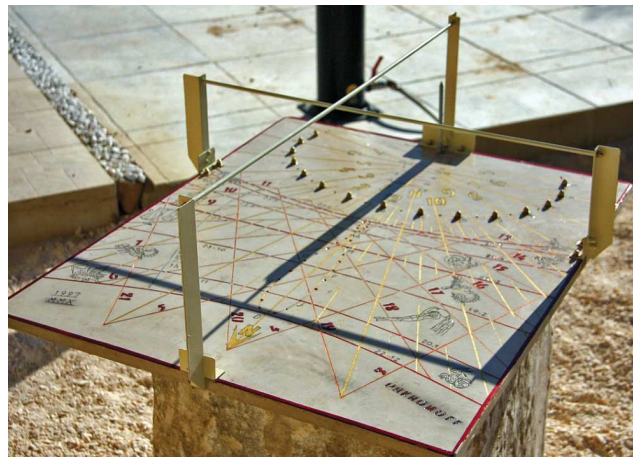
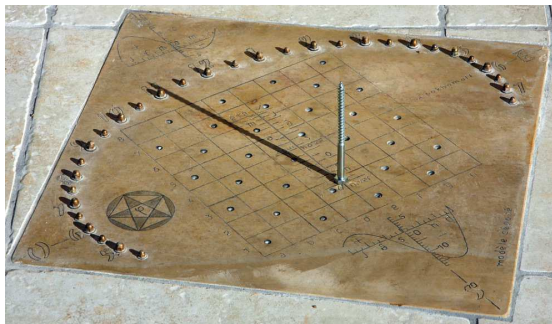
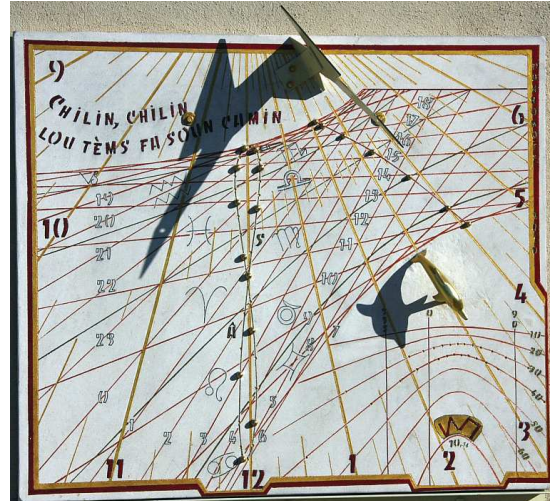
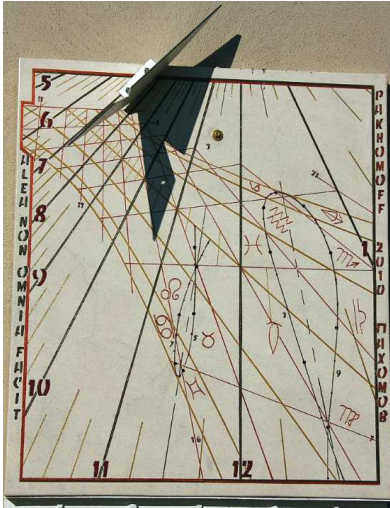
Ce cadran solaire a été étudié et construit par deux Croisicais : Claude CISTAC & Alfred GADECEAU
La fonderie HAVARD de Nantes - Carquefou et le Lycée Professionnel Jean BROSSAUD de Saint Nazaire ont apporté leurs moyens techniques à la réalisation du projet durant l'année 2004.
La municipalité du Croisic a réalisé l'implantation du cadran en ce lieu public accessible à tous.

A noter que le méridien passant par ce cadran est jalonné par douze plots en bronze marqués « N-S méridien-cadran solaire » (à l'image des plots Arago de Paris). Ce méridien qui traverse la ville est une invite au cadran et peut constituer un agréable jeu de piste et d'orientation.>>

- Jean Pakhomoff:

• **Quatre cadrans**

Dans son nouveau domicile (lat. 43.2755°N; long. 2.6594°E, M. J. Pakhomoff a installé 4 cadrans: 2 nouveaux cadrans déclinants: 304°19'7" (55.681° vers le sud-est) et 34°55'19", un analemmatique horizontal, un bifilaire + analemmatique horizontal. Ces derniers ont été auparavant dans sa maison à Marseille. Ils fonctionnent très bien car la latitude est quasi-identique.



Vous pourrez retrouver ces cadrans avec toutes les explications complémentaires sur la page du site qui leur est consacrée: <http://www.pakhomoff.net/AZILHS.html>

- Virginie MORUZZI et Emmanuel SIX, PIERRES DE ROSETTE:

• Trois cadrans

Cadran Verrières le Buisson (photo 1)

Caractéristiques : f = 48° 45' 16" N, l = 2° 16' 15" E, D = 3° 30' W. **Adresse** : 3 allée de la Ferme 91370 Verrières le Buisson. **Dimensions** : 80 x 80 x 3 cm. **Brève description** : cadran vertical, indique l'heure solaire, courbe de l'équation du temps sur la ligne de midi, 7 arcs diurnes (le 21 de chaque mois et le 22 juillet). **Devise de Léonard de Vinci** : Niente è itelligibile senza ombre e luce (italien) - Rien n'est intelligible sans ombres ni lumière

Cadran Haut de Cagnes (photo 2)

Caractéristiques : f = 43° 40' 02" N, l = 7° 08' 40" E, D = 9.6° W. **Adresse** : 37 rue du Docteur Michel Provençal 06800 Haut de Cagnes. **Dimensions** : 80 x 90 x 3 cm. **Brève description** : cadran vertical, indique l'heure solaire, arc diurne du 22 février. **Devise** : TEMPUS LONGUM EST SI PLENUM EST (latin) - Le temps est plus long si nous en profitons pleinement (traduction à vérifier).

Cadran Giens (photo 3)

Caractéristiques : f = 43° 02' 29" N, l = 6° 07' 51" E. **Adresse** : Cimetière de Giens 83400 Giens. **Dimensions** : 60 x 110 x 4 cm. **Brève description** : cadran horizontal, indique l'heure solaire, arcs diurnes du 1er janvier et 3 août. **Divers**: En hommage au navigateur, Gilles Barbanson est représenté aux côtés de sa femme sur son voilier de course (un figaro). Petite rose des vents avec une girouette en laiton.



Photo 1

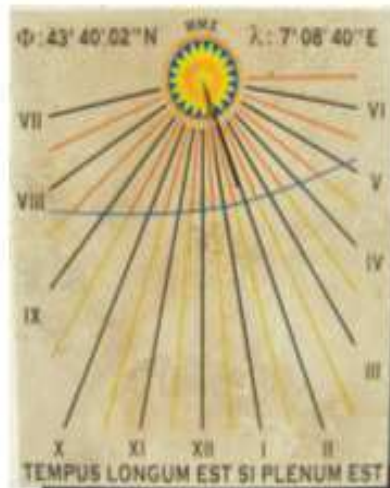


Photo 2 ▲ ;



Photo 3 ►

- Maria Luisa TUSCANO



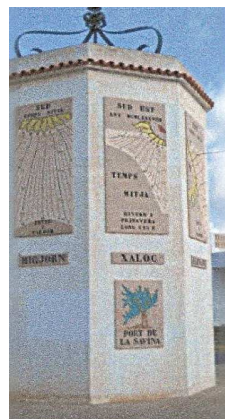
Ce cadran se trouve dans le Jardin du Mezzarancio appartenant au Jardin Botanique de Palerme (Le Gymnasium du Giardino del Mezzarancio de Palerme a été conçu par l'architecte français Léon Dufourny). Il a été présenté au publique le 9 décembre 2010 pour le 215ème anniversaire de la fondation du Jardin Botanique et pour célébrer l'Année internationale de la Biodiversité.

<<J'ai choisi une inclination qui met en place un design horaire qui rappelle un papillon blanc qui vit dans le jardin. Le cadre est en Billiemi, une pierre de Palerme. Il est monté sur un petit pilier en calcarenite, pierre également de Palerme. Ces pierres ont été utilisées par Dufourny pour le Gymnasium.

° Ils ont vu:

- Frédérique CORNADEAU : La maison octogonale "cadran solaires"

A la Marina de Formentera (38°44'N, 01°24'E (côte NW de l'Ile) , voir plan ci-contre.





° Réponses aux questions

- **Qu'est-ce qu'une boussole solaire? Réponse de Denis SAVOIE**

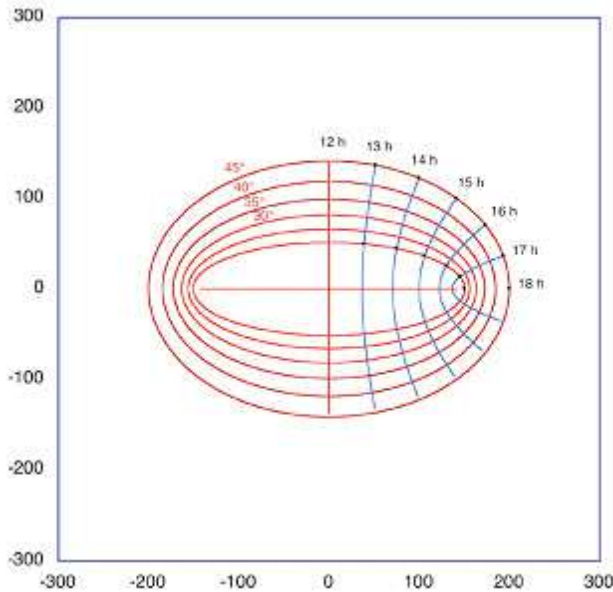
La boussole solaire est une variété de cadran solaire analemmatique décrit pour la première fois par Antoine Parent¹ en 1701 (ci - contre). Celui-ci cherchait à utiliser un cadran analemmatique horizontal sous toutes les latitudes.

On sait² que le déplacement "d" du style vertical d'un tel cadran vaut $d = a \cos \Phi \operatorname{tg} \delta$ où "a" est le demi-grand axe de l'ellipse et δ la déclinaison du soleil. A une latitude Φ' , on a: $d' = a' \cos \Phi' \operatorname{tg} \delta$.

En égalisant les deux termes, on obtient:

$$a' = a \cos \Phi \operatorname{sec} \Phi'$$

(rappel: $\operatorname{sec} \Phi' = 1/\cos \Phi'$)



Boussole analemmatique

Sur chaque ellipse, on peut tracer les points espacés de 15° d'angle horaire. En reliant les points ayant le même angle horaire par une courbe, on obtient le schéma de la boussole solaire (voir figure).

Ces courbes sont des hyperboles, que l'on peut appeler iso-horaires, et se calculent en utilisant les formules précédentes où pour un H donné, on fait varier Φ' de -45° à +45°.

Quant à l'échelle centrale des dates, sa longueur totale est $2d = 2a \cos \Phi \operatorname{tg} \varepsilon$ où ε est l'obliquité de l'écliptique (23° 26' au XXIe siècle, 23° 27' pour le milieu du XXe siècle).

⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:

- ° Présentation du livre d'Antoine Parent
- ° Procès-verbaux de l'Académie Royale des Sciences, 1701
- ° Mode d'emploi du compas solaire Abrams



Pour réaliser une boussole solaire, on commence par tracer des ellipses complètes, depuis l'équateur (où l'ellipse est réduite à une droite) jusqu'à une latitude limite Φ que l'on prend égale à 45° et ceci en faisant varier Φ' tous les trois degrés. On a donc $|\Phi'| < |\Phi|$. L'ellipse limite conditionne la dimension de la boussole puisque toutes les autres ellipses auront un demi-grand axe inférieur à "a". Une telle ellipse se trace par coordonnées rectangulaires x et y, l'axe des x étant dirigé vers l'Est, l'axe des y vers le Nord :

$$x = a \cos \Phi \operatorname{sec} \Phi' \sin H \quad y = a \cos \Phi \operatorname{tg} \Phi' \cos H$$

Dans ces formules, la quantité (a cos Φ) est une constante. Pour une valeur de Φ' , on fait varier l'angle horaire H du Soleil de 0° à 360°. On obtient un réseau d'ellipses qui ont toutes les deux mêmes foyers, séparés de la quantité $2 a \cos \Phi$; le demi-petit axe b' d'une ellipse vaut:

$$b' = a \cos \Phi \operatorname{tg} \Phi'$$

¹ La note technique proprement dite est manuscrite et se trouve dans les *Procès-verbaux de l'Académie Royale des Sciences*, 1701, folios 194-207 et folios 415 à 421 (disponible sur *Gallica*). Il s'agit d'une description géométrique d'un analemmatique rectilinéaire. Sur l'analemmatique de Parent, voir L. Janin, « Un cadran solaire oublié », *Orion*, Bulletin de la Société Astronomique de Suisse, n° 151, décembre 1975, p. 179-182 + rectificatif dans le n° 154, 1976, p. 74.

² Voir D. Savoie, *La Gnomonique*, Les Belles Lettres, Paris, 2007, p. 180-183.

- Principes d'un cadran boussole par Pierre Joseph DALLET

Deux sources d'heure sont nécessaires:

- Solution A: Un cadran solaire et une montre.

Un cadran plan équatorial dont le disque est tourné pour que le temps de passage coïncide avec la méridienne de son support. Une table annuelle des temps de passages locaux est nécessaire pour ce réglage.

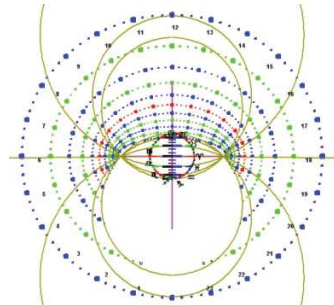
La seconde source d'heure est la montre de l'utilisateur. Dans ce cas il est utilisable en un lieu dont on connaît les coordonnées géographiques à des dates connues. Ce cadran donne la direction du SUD avec une précision de l'ordre du degré sans aucune difficulté. Il est inutilisable aux équinoxes

- Solution B: Deux cadrans solaires.

Pour l'utiliser sans connaître les coordonnées géographiques du lieu d'utilisation il doit être rendu réglable en latitude par le réglage de l'angle style/support du cadran. En plus nous devons l'utiliser en temps vrai local (Angle horaire du Soleil mesurée en « heure de 15 »). L'heure qu'il procure sera comparée à celle donnée par un autre cadran multi latitudes, par exemple l'analemme cité ci-après. La latitude peut s'estimer la nuit par la hauteur de l'étoile Polaire. Les deux cadrans sont à fixer tous deux sur un plan horizontal que l'on oriente manuellement.

Analemme plan horizontal multi latitudes: Le cadran est horizontal, plan, son style est une tige verticale mobile, à placer sur une échelle de dates suivant la date d'observation. Il n'a qu'une échelle de date, mais plusieurs ellipses porteuses de points horaires. Par exemple une ellipse tout le 5 degrés de latitude.

Solution A



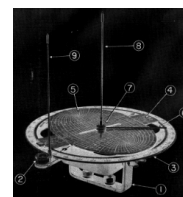
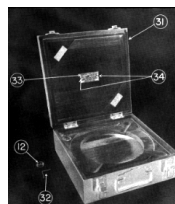
Solution B

- Compas Sun type ABRAMS model SC-1

⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:



Le livret scanné par Jean-Michel Ansel : "Maintenance manual and parts list for The Universal Sun Compass" by The Abrams Instruments Co, spécification.



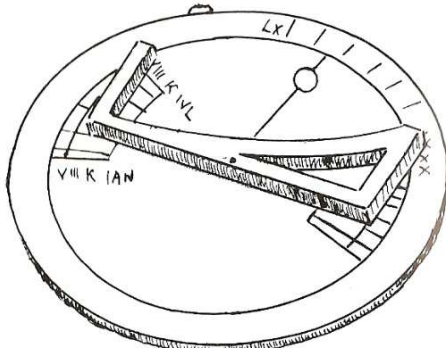
° Informations diverses

- Cadran antique "pros pan klima" par Cl. GUICHETEAU

Suite aux articles publiés dans Cadran Info N° 22, sous le titre "A propos du cadran du Crêt-Châtelard" page 136 et des cadrans antiques de type "pros pan klima" voici: LA solution au problème rencontré par ceux qui ont essayé de réaliser un tel cadran à partir des descriptions de René R.J.Rhor ainsi qu'une contribution à ce genre de cadrans par Monsieur Claude Guicheteau.

° "LA solution"

Nombreux sont ceux qui ont voulu réaliser un cadran solaire romain de voyage, décrit par Monsieur René R.J.Rhor. Cl. Guicheteau fait parti de cela et voici son courriel du 13/10/2010.



<< En 1990, j'ai décidé de faire une réplique du cadran solaire romain qui figure dans le livre de René R. J. Rohr, "Les cadrans solaires", édition de 1986, page 20, fig. 17. Cet objet ne me présentait pas de difficulté de réalisation particulière.

La maquette en carton, identique au dessin du livre, ne fonctionnait pas. J'ai écrit à Mr.Rohr, lui racontant ma mésaventure et pour plus de renseignement sur l'objet.

Dans sa réponse du 11 avril 1991 il me décrit complètement le cadran et m'en explique l'utilisation. Il me demande d'excuser sa mauvaise écriture car il a 86 ans !

De mon côté je démontre, par une série de dessins,

que le style couché sur la table ne permet pas au cadran de fonctionner.

A ma demande auprès du " Museum of the History of Science", le conservateur Francis. R.Maddison me fait parvenir des documents montrant que le style est monté debout sur la table, et de bonnes images des quatre pièces composant le cadran, me permettant ainsi d'en faire une bonne copie.

Le cadran réalisé, j'envoie des photos à Mr. Rohr.

Déception, dans sa réponse du 25 janvier 1993, il me signale que le style est mis à tort debout et que "ceux qui ont découvert le cadran ancien les premiers n'ont rien compris et l'ont monté debout et tous les autres y compris (je le revois) ceux du musée d'Oxford l'ont imité. Mais que le grand expert allemand Drecker (mort entre temps), auteur du très célèbre livre "Théorie des cadrans solaires" (livre allemand) l'avait couché comme moi dans mon livre."

Je lui fais part immédiatement de mon désaccord, avec quelques craintes toutefois d'avoir une telle attitude face à cette sommité.

Réponse rapide dans un courrier du 30 janvier 1993, il me confirme sa vision de l'affaire et me conseille "Il n'y a qu'une façon de bien comprendre, c'est de faire en carton un modèle"

Je lui expédie ma maquette, avec le style debout, aussitôt. La réponse ne se fait pas attendre.>>

Strasbourg, le 11.2.93

<< Bien cher M. Guicheteau

Votre lettre avec le cadran romain est arrivée avant-hier. Je suis dans un embarras terrible et je vous dois une fière chandelle !

Car vous avez raison, et moi, avec votre appareil, me suis aperçu que l'appareil avec le style triangulaire debout, marche très bien ! Et en le couchant, cela ne marche pas ">>

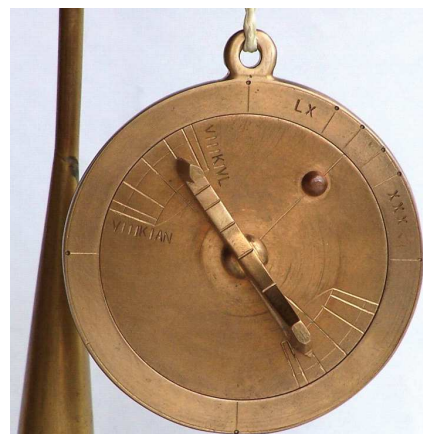
Ouf, quel soulagement !! Personne n'est à l'abri d'une erreur !

° Description du Cadran solaire romain II siècle après JC.

Copie en laiton et bronze. L'original, découvert avant 1896 près de Bratislava, est visible au "Museum of the History of Science" à Oxford.

Sur la face avant, la couronne extérieure porte les latitudes, de XXX à LX. Le disque central porte les déclinaisons remarquables, seuls les solstices d'hiver (ici, le 25 décembre) et d'été (ici, le 24 juin) sont gravés en numération latine. Ce disque pivotant est réglé sur la latitude avec le petit bouton. Diamètre du cadran: 70.5mm.

Au dos sont gravés les noms de 30 provinces de l'empire romain avec leur latitude, identique à celle indiquée par Claude Ptolémée (Thébaïde vers 90 - Canope vers 168). D'après des auteurs contemporains, ce type de cadran pourrait être celui décrit par Vitruve dans "De Architectura" (1^{er} siècle avant J.C.), baptisé "Pro Pan Klima" (πρός παν κλιμα, qui signifie "à tous les climats") et conçu par Théodose (né vers -160 à Tripolis, dans la province de [Bithynie](#), mort vers -100). Climat est, ici,



utilisé dans le sens d'inclinaison, latitude. (Photos Guicheteau 1991-1999)

Ptolémée, utilisait ces divisions de la terre, les "climat" pour citer les lieux. Voilà la définition qu'en donne Jean Pailaret



Photo précédente et celle-ci: Copie réalisée par Cl Guicheteau. Réf inventaire CCS 7900301/21

en 1758 dans son "Abrégé sur les sciences et sur les arts" :

"Les climats sont des espaces de la surface de la terre, compris entre deux cercles parallèles à l'équateur tellement éloignés, que le plus grand jour de l'un surpasse le plus grand jour de l'autre d'une demi-heure ou d'un mois. Par exemple, si au premier climat le plus grand jour est de 12 heures et demi, au second climat il sera de 13 heures, au troisième climat de 13 heures et demi, etc. On en compte 60; savoir, 30 depuis l'équateur jusqu'aux pôles. Les premiers sont au nombre de 24 pour chaque hémisphère, dont la différence est de demi-heure et se comptent depuis l'équateur jusqu'à chaque pôle. Les climats de mois sont au nombre de 6 et se comptent depuis les polaires jusqu'aux pôles."

Niort (latitude 48.3°) serait ainsi dans le climat de "15 heures et demi", le 8^{ème} climat, car le jour le plus long en 2010, le 21 juin, il y a environ 15h 48mn d'écart aux passages à

l'horizon astronomique des lever et coucher du soleil. L'appareil est gradué pour une utilisation de 30 à 60°, sous ces latitudes respectives la durée max d'ensoleillement est respectivement 14h 4m et 18h 52m soit les climats de 14 heures (5^{ème} climat) et de 18 heures et demi (14^{ème} climat).

Sur une carte tirée de "La Géographie" de Ptolémée, gravée sur bois en 1513 à Strasbourg, deux systèmes de localisation sont notés. A droite les latitudes en degrés; à gauche, les climats dont certains avec des subdivisions : 14, 14 ¼, 14h ½, 14h ½ ¼, 15h etc..... Les textes sont en latin, parfois en abrégé, écriture gothique : maximvm diem horarvm, maximvm diem horae, maxi diem horà, maximvm diè, selon les cartes.

Nota: <<Le diamètre extérieur de 70.5mm est plus grand que l'original (60.5) pour une raison bien simple : les écritures avec les caractères à frapper que je possède me ne permettent pas de rentrer dans la taille du cadran original>>.

° Utilisation

Après réglage de la latitude et de la déclinaison, suspendre le cadran et présenter le style au soleil. Lorsque la largeur de l'ombre du style est bien centrée sur la largeur d'une partie ou la totalité de la courbe horaire, lire l'heure temporaire au bout de l'ombre. A midi, la courbe horaire est entièrement dans l'ombre. Du fait de sa conception, le disque du cadran se trouve, le matin, toujours dans le plan Nord/Sud. Dans l'après-midi, le plan du disque est différemment orienté selon l'heure indiquée.

⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:

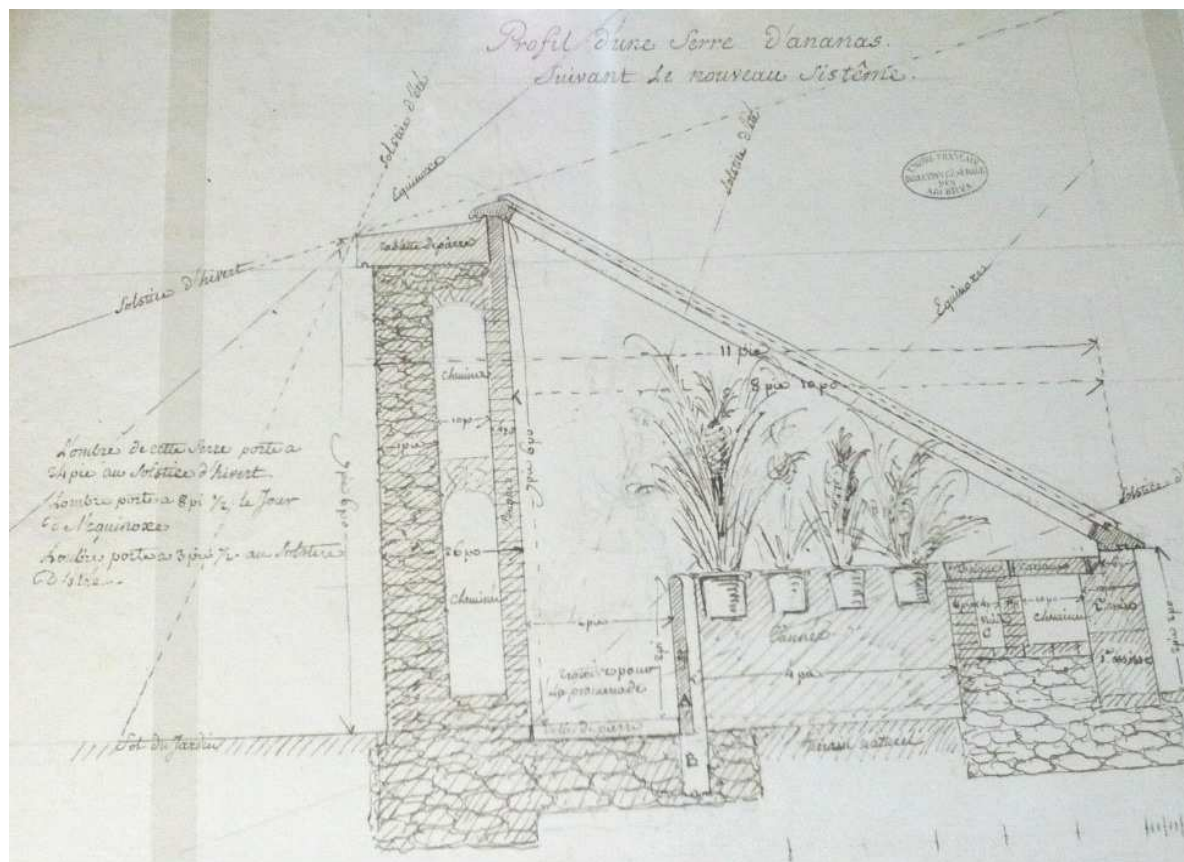
° Extrait de : CENTAURUS, Copenhague Vol 14, N°1/1969 . Pages 253 à 257: Portable Sundial In Antiquity, Including an Account of a New Example From Aphrodisias. By J. DE SOLLA PRICE

- Le soleil et les ananas

Si Denis Savoie a solutionné la trilogie "soleil-tournesol-soja" (voir son article "Gnomonique agronomique" dans le présent Cadran-Info), le sieur Richard (Claude Richard 1705-1784) avait traité en 1765, l'orientation d'une serre à ananas sise au château de Versailles.

Ci-après le profil d'une serre suivant le nouveau système préconisé par le sieur Richard, avec l'indication des ombres portées au solstice d'hiver et au solstice d'été.

<<L'ombre de cette serre portera à 24 pieds au solstice d'hiver. L'ombre portera 8 pieds ½ le jour de l'équinoxe. L'ombre portera 3 pieds ½ au solstice d'été>>.



Référence: exposition Sciences et curiosités au château de Versailles

- Le soleil se joue de Elm



<<La calme région touristique d'Elm / Sernftal est entourée de magnifiques montagnes. Les Tschingelhörner et le Martinsloch sont des sites naturels protégés d'une importance nationale. Deux fois par an, le soleil passe à travers le Martinsloch, grosse faille de 16 mètres dans la barrière rocheuse des Tschingelhörner, pour éclairer exactement le clocher d'Elm>>.

Paul Perroud précise: <<le village dans la vallée de la Sernf, (canton de Glarus) possède un gnomon curieux : un trou dans la montagne permet d'apercevoir le soleil certains jours avant son lever.

Le pinceau lumineux crée par cette ouverture vient balayer la petite église 2 fois par an : vers le 13-14 mars et vers le 1er octobre. Cela

permet de faire des jolis calculs pour prévoir quand passera la lune, Jupiter, et autres planètes... Attention, il y du monde pour ces jours d'exception !

- Le Cryptogramme de Jumièges

° Information de Paul Gagnaire

<<De temps en temps je vais sur le site de Jumièges: <http://jumieges.free.fr/heuretauville%20cadran.htm> voir si quelqu'un a trouvé le code de la devise. Aujourd'hui, bonne surprise: un message du célèbre cryptographe suisse, Didier Muller, dont j'avais cité le site comme particulièrement intéressant <http://www.apprendre-en-ligne.net/crypto/csd/index.html>, et qui se déclare d'accord avec nos analyses ... mais n'a pas encore trouvé!

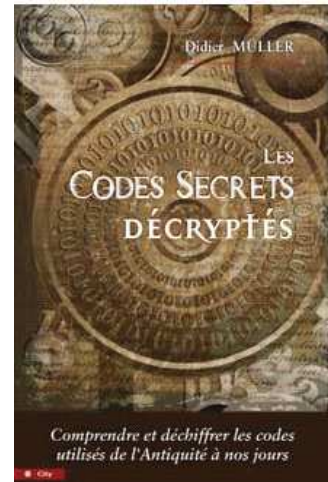
Je lui avais écrit, Joseph Theubet aussi.>>



A Heurteauville, un cadran solaire garde encore tout son secret. Sa devise est à première vue indéchiffrable. Membre de la société française d'astronomie, Paul Gagnaire nous a communiqué ses notes. A vous de résoudre l'énigme !

▲ Site de Jumièges

Site de D. Muller ►



L'étude complète de P. Gagnaire concernant le cadran de Jumièges et sa devise mystérieuse a été présentée dans Cadran Info N° 20 d'octobre 2009.

Une piste: La maison où est installé le cadran solaire a été habitée à la fin du XIXème par Henri Saint-Denis, directeur du journal d'Elbeuf, historien. L'homme possédait ici les jardins en espaliers et la carrière à ciel ouvert qu'il exploitait pour les besoins de son imprimerie.

° Une autre piste?

En février dernier, Bernard PRADEL, présentait à Veules les Roses un diaporama principalement tourné sur les cadrans solaires de Seine Maritime.

<<Son contenu faisait en autre état du cadran de Heurteauville et sa devise énigmatique. Dans l'assistance, se trouvait Emilia Masson <http://www.emiliamasson.com/>. Au CNRS depuis 1972, elle se consacre essentiellement aux recherches sur les écritures anciennes. Mme Masson s'est montrée très intéressée par mon exposé et a gentilement proposé son aide dans nos recherches.

Vous trouverez ci dessous ses premières observations après que je lui transmis l'étude qu'avait réalisé Paul Gagnaire>>.

Bien cordialement Bernard PRADEL

Cher Monsieur (*Pradel*)

J'espère avoir trouvé l'explication plausible à votre "mystérieuse" épigraphe. Tout, le contexte, l'emplacement, manière de graver, forme des lettres porte à croire qu'on aurait affaire à l'une des ces inscriptions (authentiques ou pas), runique ou oghamique, qui étaient pratiquées dans les pays nordiques et germaniques mais aussi en France pour marquer des messages secrets. Ces types d'écriture qui remontent aux druides sont des créations en soi, à partir de lettres grecques et latines le plus souvent, ceci dans le but de transmettre des messages secrets (run = "secret"), destinés aux initiés. Peu longues, gravées en général sur pierre ou dans le bois, elles figurent dans des lieux sacrés. Bref, toutes les caractéristiques qui se trouvent sur votre épigraphe où certaines lettres sont latines, d'autres plus ou moins grecques avec des éléments originaux en plus.

La photo ne me permet pas de voir s'il s'agit d'une restauration de lettres authentiquement anciennes ou bien d'un recours plus récent à ce type d'écriture comme c'est souvent produit. En dernier lieu pendant la guerre dans les milieux germaniques.

Voici donc une explication qui me paraît tenir la route et qui recèle un ensemble d'éléments convergents et cohérents. Passionnant donc, cette devise secrète et à caractère sans nul doute sacré du cadran solaire du port-Jumièges.

Il serait important de déterminer les aspects techniques qui seuls permettent de décider entre une épigraphe d'origine et restauré ou bien d'une inspiration plus récente, comme cela se produit.

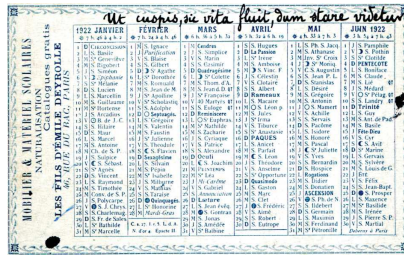
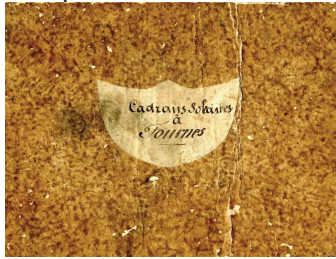
A partir de cette constatation il conviendrait de tenter un décodage éventuel. Mais il me paraît dès à présent très important de pouvoir constater la présence de ce type de message.

Pour ces messages codés, regardez sur GOOGLE "rune", "ogham" ou encore écriture runique et oghamique".

Restant à votre disposition, cordialement Emilia Masson

- Cadrans solaires de Fournes

Pedro NOVELLA nous fait partager un curieux manuscrit qu'il a acheté dans une librairie de Mallorca portant le titre de "cadrans solaires à Fournes". A l'intérieur il y avait un calendrier daté de 1922 et une photo de la salle de dessin de l'école supérieure professionnelle de Fournes près de Lille (dept 59).



⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:

° Le manuscrit complet



° Gnomonique du Monde

- Sommaires des dernières revues ou bulletins:



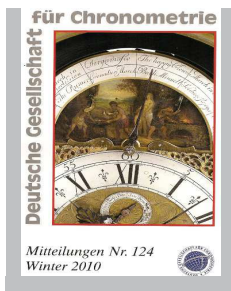
Arbeitsgruppe sonnenuhren im Österreichischen Astronomischen Verein N°40 Décembre 2010 (papier) de la GNOMONICAE SOCIETAS AUSTRIACA GSA

Editorial, Anschriften, Termin

Die Armillarsphäre, *Torsten Hiller* 3; Mein Weg zur Wagenradsonnenuhr, *Norbert Rainer* 5; Zur Entstehungsgeschichte der Sonnenuhr am Schulgebäude in 1130 Wien, *Wenzg. 7, Wolfgang Fralik* 6; Die Datumsanzeige mit vollen Stunden, *Arnold Zenkert* 7; Zum Nachdenken, *Franz Vrabec* 8; Die Zwillingssuhren am Karner des Friedhofes in Unter-Aspang im südlichen NO, *Wilhelm Weninger* 10; Buchrezension: *Time Reckoning in the Medieval World, Ise Fabian* 12; Update-CD für den Österreichischen Sonnenuhrenkatalog, *Adi Prattes* 14; Tagung des DGC Fachkreis Sonnenuhren 14;

Bericht über die Jahrestagung der GSA 2010 in Zemez/Engadin in der Schweiz, *Peter Husty* 14; Beilagen: Tabellen der Zeitgleichung und der Sonnendeklination 2011.

° ° ° ° °

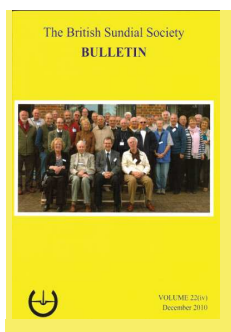


MITTEILUNGEN N° 124 Hiver 2010 (papier) de la DEUTSCHE GESELLSCHAFT für CHRONOMETRIE

Articles concernant les cadrans solaires:

Sonnenuhren per Gerichtsbeschluss: Ein Streitfall aus Südtirol von 1723 (page 4)
Eine französische Fliesensonnenhur in Freiburg im Breisgau (page 6)

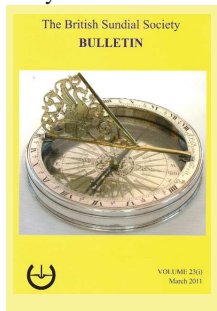
° ° ° ° °



VOLUME 22(iv) - Décembre 2010 (papier) de la BRITISH SUNDIAL SOCIETY

Ed i torial 1; The Equinoctial Annilla on the Façade of the Santa Maria Novella Basilica, Florence - *Simone Bartolini & Marco Pierozzi* 2; Readers' Letters - *Maes, Mills, Lowne* 7; A ew Babylonian and Italian Hours Sundial for Selwyn College, Cambridge. Pt. 2. Numerical Insights - *Frank H King* 9; Kratzer's Lost Dial – *JD* 11; our Sundials in Adelaide, South Australia - *Douglas Bateman* 12; The Benares (India) Sundial in Three Dimensions - *John Ward, Margaret Folkard & Ron Blum* 17; Very Large Polar Dial in LaHn, Galicia, N.W. Spain, Designed by José Luis Basanta Campos of Pontevedra - *Alan Smith* 20; The Construction of an Equatorial Sundial with a Reference to Anaximander's Skiatheron - *A. Galanakis, E. Theodosiou & VN.Manimanis* 22; *Postcard Potpourri* 18: *Lochgoilhead, Argyll - Peter Ransom* 25; *Meridies Media-An Historical Essay. The direct vertical noon mark mean time sundial at Greenwich - Christopher Daniel* 26; *ewbury 2010 - Mike Groom* 31; *The Perception of Time in Anglo-Saxon England - David Scott* 33; *Merton College Dial - JD* 37; *Beata Beatrix - Roger Bowling*

38; New Dials (1) - Valery Dmitriev 39; The Evolution of English Mass & Scratch Dials c. 1250-1650. Pt. 2. Age Ranking Dials by Type - Chris H.K. Williams 40; New Dials (2) - Brian Albinson 41; The BSS 2010 Sundial Design Competition - Tony Be 42.



VOLUME 23(i) - Mars 2011 (papier)

2 The Restoration of the Sundial at Stutton Hall, Suffolk - *Harriet James*; 5 A Polyhedral Dial; 6 Symbolic Meanings of Sundials in Antiquity. Introduced by an explanation of ancient timekeepers - *Jérôme Bonnin*; 11 Accurate Division Without the Use of a Dividing Engine - *Tony Moss*; 12 Seven Dials. The investigations of an Austrian tourist - *Walter Hofmann*; 14 Queen Mary's Dial; 15 A Sundial and its Provenance - *Tony Wood*; 16 Hop onto a Sundial for Your House! - *Vieki DeKleer*; 17 Captain Sturmy's Polyhedral Dial - *JD*; 18 Two Methods to Find the Eccentricity of the Earth's Orbit from Measurements with a Sundial. Part 2-Observations and calculations of *e* - *Jos Kint & Stan Ulens*; 20 Book Reviews - *Davis*; 22. A Reconstruction of Ludwig Hohenfeld's 1596 Polyhedral Sundial - *Frans W Maes*; 27. The History and Symbolism of Ludwig Hohenfeld's 1596 Polyhedral

Sundial - *Klaus Eieholz*; 31 Postcard Potpourri 19-Corhampton, Hampshire - *Peter Ransom*; 32 Four Horizontal Sundials in Schools of Volos, Alonnisos and Stefanoviki - *D. Blatsis, E. Theodossiou & VN. Manimanis* 34. A Sun Simulator for Moyses's Hall Museum, Bury St Edmunds - *Mike Cowham*; 36. English Scratch (Mass) Dials: The ravages of time revisited - *Chris H.K. Williams*; 39. Sundial Ephemera-Crested 'Goss' China Sundials - *Christopher Daniel*; 41. Dial Dealings 2010 - *Mike Cowham*; 43. Shadowy Secrets. Part 6- The limits of latitude in sundial design - *John Moir*; 45 Examine Your Dials - *Tony Wood*; 46 Polyhedral Ramblings - *Peter Ransom*



GNOMONICA ITALIANA anno VII N° 22 Novembre 2010 (papier) de la COORDINAMENTO GNOMONICO ITALIANO - CGI

Orologi solari «a cornice» comici e cilindrici sviluppati su superficie piana par Riccardo Anselmi 2; Rassegna Stampapar Alessandro Gunella 6; Un orologio solare ottomano a Brema par Gianni Ferrari 8; Ritorno alla luce 11 par Stefano Barbolini et Giovanni Garofalo; Equinozi e rifrazione. Le osservazioni equinoziali di Egnazio Danti par Paolo Albéri Auber 13; Recensioni, par Mario Arnaldi 24; Linee degli Ascendenti: una soluzione analitica par Gianpiero Casalegno 25; 1 Quiz par Alberto Nicelli 28; Quadranti di altezza e operatori rinascimentali par Alessandro Gunella 30; Itinerari gnomonici par Roberto Baggio 34; L'orario italico civile a Palermo par Maria Luisa Tuscano 39;

Progetti, Redazione di GI 44; Apianus e il notturnalbio con le mani par Alessandro Gunella 46; Restauri par Mario Arnaldi 50; Eventi, Fabio Garnerò 53; Effemeridi par Paolo Albéri Auber 56.

LE GNOMONISTE A télécharger sur le site: http://cadrans_solaires.scg.ulaval.ca/ de la **COMMISSION DES CADRANS SOLAIRES DU QUEBEC**

Volume XVII- 3 Septembre 2010

Liminaire (L:XVII-3) par André E. Bouchard 2; *Fascination de l'Ombre* Multitracés pour une seule heure par Joseph Teubet 4; L'analyse culturelle des

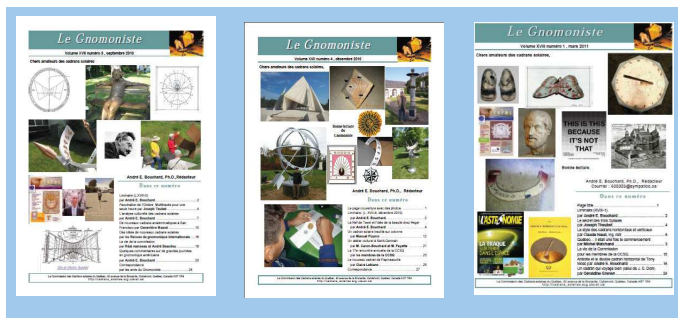
cadrans solaires par André E. Bouchard 7; De nouveaux cadrans analemmatiques à San Francisco par Geneviève Massé 10; Des idées de nouveaux cadrans solaires par les Revues de gnomonique internationale 16; La vie de la commission par Réal Manseau et André. Beaulieu 18; Quelques commentaires sur de grandes journées en gnomonique américaine par André E. Bouchard 20; Correspondance par les amis du *Gnomoniste*

LE GNOMONISTE Volume XVII-4 Décembre 2010

Liminaire: (L: XVII-4, décembre 2010) par André E. Bouchard 2; La Nef de Tavel et l'idée de la beauté chez Hegel par André E. Bouchard 4; Un cadran solaire insolite sur colonne par Manuel Pizarro 12; Un atelier culturel à Saint-Germain par M. Caron-Bouchard et M. Payette 21; La 17e rencontre annuelle de la CCSQ par les membres de la CCSQ 23; Le nouveau cadran de Papineauville par Claire Leblanc 25; Correspondance 27.

LE GNOMONISTE Volume XVIII-1 Mars 2011

Liminaire (XVIII-1) par André E. Bouchard 2; Le secret des trois Suisses par Joseph Theubet 4; Le style des cadrans horizontaux et verticaux par Claude Naud 6; Québec... il était une fois le commencement par Michel Matchand 9; La vie de la Commission 15; Aristote et le double cadran horizontal de Tony Moss par André E. Bouchard 16; Un cadran qui voyage bien (celui de J. S. Dion) par *Géraldine Grenen* 24.



The COMPENDIUM (sur CD) de la **Norh American Sundial Society**

vol 17-3 Septembre 2010

Sundials for Starters – Shadow Planes Robert L. Kellogg 1; Digital Bonuses 6; The University of Georgia's '08 Sundial John H. N. Whatley 7; UGA



To Return Historic Sundial To Prince Avenue Campus 11; The Clock And The Sun-Dial Antoine de la Motte 12; Love And The Sun-Dial Thomas Moore 12; Solstice Point On Analemmatic Sundials Roger Bailey 13; The Analemmatic Dial Solstice Point & Gnomon Height Fred Sawyer 16; Two Sundials At ... Eisenhower's Gettysburg Farm James Ludwig 17; Quiz Answer: Chipchase's Return Fred Sawyer 20; Quiz: Rowbottom's Slip Fred Sawyer 22; Video On Photo-Etching Metal Tony Moss 22; A Multiple Mirror Reflection Sundial Silvio Magnani 23; A Note on the Equation Of Time 30; The Ottoman Sundials In Aiello del Friuli Gianni Ferrari 31; Gnomonics Up North « *Le Gnomoniste* » (1993-2010) André E. Bouchard 36; The Tove's Nest 39

vol 17-4 Décembre 2010

Sundials for Starters – Limits On Precision Robert L. Kellogg 1; Kate Pond – “Come Light, Visit Me” Art Paque 5; USA Science & Engineering Festival Robert L. Kellogg 7; Sightings... At The University Of Notre Dame Mark Montgomery 9; In Pursuit Of Alpine Sundials Woodruff T. Sullivan III 12; Digital Bonuses 15; Shadow Planes Rolf Wieland 16; Dinsmore's Comparative Time Table Fred Sawyer 18; Quiz Answer: Rowbottom's Slip Rolf Wieland 20; Envelopes Of Sunrays As Gnomon Profiles Ortwin Feustel 23; Dialing At Chalet de Graffigna Matthew Sundquist 31; A Simple Heliodon Mac Oglesby 34; Renaissance Crucifix Sundial Card Model Chris O'Connor 37; The Tove's Nest 38.

vol 18-1 Mars 2011

Sundials for Starters Education, Robert L. Kellogg 1; Quiz: Progressive Sunsets, Bill Gottesman 2; Digital Bonus 2; To A Sundial... - A Poem, D.F.G. Johnson 2; James Hartness & Russell Porter, Sundials & Sunlocks Bert Willard 3; Sundials From Two Shadow Points, Yvon Massé 9; The Whistlepig Farm Sundial, Hugh Munro 16; The Japan Sundial Society, Barry Duell 17; Equation Of Time – Approximating Formulae, Herbert O. Ramp 18; The EoT In Your Poke, Rolf Wieland 21; Geotagging Zarbula's Sundials, Roger Bailey 22; A Sundial Based On The Archimedean Spiral, Ortwin Feustel 27; Dialing By Projection, Alessandro Gunella 35; A Method For Orienting A Horizontal Plane, Gianni Ferrari 39; Etching Sundials, Malcolm Barnfield 41; The Tove's; Nest 44.

o o o o o

SCAPHE N° 5 Hiver 2010 (sur papier) du CENTRE MEDITERRANI DEL RELLOTGE DE SOL

Editorial 3; L'Anel/a d'Hi parc i els rel/otges de sol d'en Jaume Salichs 4; Fabio Casartelli 7; Els rel/otges de sol i l'esgrafiat 12; El eslabón perdido de Zarbula 17; Le cadran Equatorial du Port de Quebec 18; La filatelia y la gnomónica VI 24; 600 anys del rel/otge de Praga 25; Homenatge als camperols 26; Agenda - Resum d'activitats 30; Incorporacions al catàleg del CMRS 31.

o o o o o



La BUSCA de PAPER N° 67 Hiver 2010

Editorial 3; Correus de Socis i Arriacs 4; El Roc de les Rores. El rellotge més antic del món, per J. Vazquez 5; Recuperant rellotges de sol?, per R.M. Boyer 8; Ressenyes 9; "L'Observatori català" de Rafael Patxot, per J.M. Oliver 10; Una cronologia de la Cronometria (VI), per E. Farré 13; Màrius Torres, un referent (1910-1942), per C. Bou 16; Idea i realització, a Bremen, d'un rellotge de sol islàmic, per R. Kriegler i G. Ferrari 19; Taules d'insolació d'espais, per R. Soler 22; Texto en cas tellano 28; Activitats 2010 de la SCG en imatges 31.

o o o o o

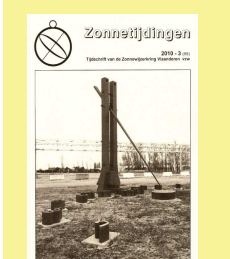


ZONNETIJDINGEN 2010-3 (55) Zonnewijzerkring Vlaanderen Belgique (papier)

Voorwoord 3; Zonnewijzers geven aan hoeveel tijd er rest tot zonsondergang 4 ; De langste brug ter wereld 7; Reconstructie van de zonnewijzer van Ludwig Hohenfeld uit 1596 10; De Zonnewijzerwandering in Praag 14; Kringleven 18.

ZONNETIJDINGEN 2010-4 (56) (papier)

Voorwoord 3; Een nieuw licht op de oudst bekende zonnewijzer 4; Gemiste kanseneen eigen-aardige zonnewijzer 8; Geschiedenis en symboliek van de zonnewijzer van Hohenfeld 10; Zonnewijzers in Vlaanderen: aanvulling nr.16 14; Kringleven 16.





De Zonnwijzerkring bulletin 2011.1 janvier (Hollande) (papier)

Vergaderdata, excursie 20121; vergadering 24 septembre and 8 janvier 2011,

secretariat; De zonnvanger, etten-leur, TJ de Vries 10; Pleinzonnwijzer, Budel-Dorplein, redactie 11; Chris Doomernick, ontvangen med. 11; Retrograde zonnwijzer, Hoofddorp HJ.Hollander 12; Reconstructie Hohenfeld polieder FW.Maes 15; Geschiedenis en symboliek Hohenfeld polyeder Elholz/vert.Maes 21; Zonnwijzerwandeling Praag E.Sales 28; Solargraphy: foto »s uit een blikje VD.Voort/Zeeuws Archief 32; Nieuw licht op de oudst bekende zonnwijzer S.Symons 34; Lesbrief: Vergulden G.J Sasbrink 37; Sonnenuhrenjubiläumstagung 2011: Freiburg Fachkreis Sonnenuhren 38; Contents of bulletin 105, R.Hooijenga 43; Kleurenpagina's bij, redactie 47.



Toutes les sociétés gnomoniques étrangères peuvent faire paraître des informations dans cette rubrique. This heading is open at every gnomonic society.

Toutes les revues peuvent être scannées, envoyées par mails ou sur CD (si volume important) ou par courrier (Prix de la page au tarif de la SAF + frais d'envoi suivant poids.)



° Quelques Sites internet

- Un cadran solaire dans une boîte:

<http://www.geoastro.de/SundialBox/index.html>

Description du matériel nécessaire, tableaux interactifs pour les calculs etc...

- Lorsque l'on recherche "Sun compass"/ "Compas solaire"...

On trouve...

- Un logiciel qui va vous permettre de connaître en permanence la direction du soleil.

<http://www.clubic.com/telecharger-fiche136250-sun-compass.html>

- Un logiciel pour connaître la direction du nord, la position du Soleil ou celle de la Lune. Compatible Symbian S60, ce logiciel s'utilise en positionnant votre mobile en direction du soleil ou en le mettant en dessous. Une flèche vous indiquera le Nord.

<http://www.businessmobile.fr/telecharger/sun-compass-39361485s.htm>

- L'utilisation possible des cadrans solaires à la navigation terrestre. Les armées de différents pays ainsi que diverses expéditions scientifiques ont utilisé des instruments dérivés du cadran solaire afin de se diriger dans les régions désertiques.

<http://cadrans-solaires.pagesperso-orange.fr/navigation/navigation.html>,

- Différents modèles de cadran-boussole: le modèle Abrams, le modèle Cole, le modèle Bagnold,

<http://www.sahariens.info/culture-saharienne/histoire/compas-solaires>

A vous de continuer la recherche et... de séparer le bon grain de l'ivraie!

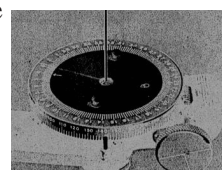
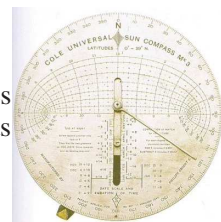
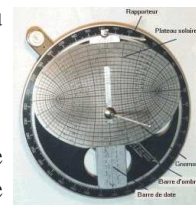
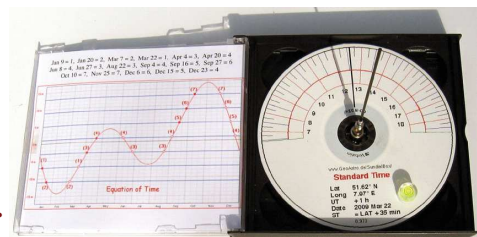




photo de Brigitte Alix

Astrolabe réalisé par B. Alix